

DYNAMISCHE PROZESSE,
GLEICHGEWICHT UND STABILITÄT
IN DER OLIGOPOLTHEORIE

Reiner Weichhardt

1973



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554605_0041

Dynamische Prozesse, Gleichgewicht und Stabilität
in der Oligopoltheorie

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
einer Hohen Staatswirtschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von

Reiner Weichhardt

1973

Referent: Prof. Dr. Edwin von Böventer
Korreferent: Prof. Dr. Knut Borchardt

Tag der mündlichen Prüfung: 23. Juli 1973



Vorwort

Die vorliegende Arbeit wurde von Professor E. M. Fels angeregt und ursprünglich betreut. Nach dem Tod von Professor Fels wurde meine Dissertation von Herrn Professor E. von Böventer übernommen. Ich möchte mich bei ihm für die Weiterbetreuung und das Interesse an meiner Arbeit bedanken. Mein besonderer Dank gilt auch Herrn Professor K. Borchardt für seine stetige Förderung.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	1
1 Allgemeine Grundannahmen und Abgrenzungen	5
2 Dynamische Oligopolmodelle mit der Hypothese autonomen Verhaltens	14
2.1 Homogenes Mengenoligopol	14
2.1.1 Das Grundmodell	14
2.1.1.1 Annahmen im linearen Ansatz und Maximierungsbedingungen	14
2.1.1.2 Ein illustratives numerisches Duopolbeispiel	17
2.1.1.3 Weiterbehandlung des n-Anbieter-Systems	19
2.1.1.4 Allgemein-methodische Ausführungen zu Gleichgewicht und Stabilität	22
2.1.1.5 Gleichgewichts- und Stabilitätsprüfung des n-Anbieter-Modells	30
2.1.2 Stabilitätseffekte variabler Grenzkosten	33
2.1.3 Eine verallgemeinerte Hypothese autonomen Verhaltens	36
2.1.4 Weitere Verallgemeinerungen des Grundmodells	37
2.2 Heterogene Preisoligopole	39
2.2.1 Das Ausgangsmodell	41
2.2.1.1 Annahmen	41
2.2.1.2 Das erwartete Gewinnmaximum	42
2.2.1.3 Zusammenhang zwischen Stabilität und Nichtnegativität im Falle nichtnegativer Nachfragestrukturmatrizen	43
2.2.1.4 Ein methodischer Exkurs	45
2.2.1.5 Abschätzung der Eigenwerte der Nachfragestrukturmatrix	47
2.2.1.6 Gleichgewichts- und Stabilitätskriterien im Preismodell	49
2.2.1.7 Zwei numerische Duopolbeispiele	53
2.2.2 Einige Bemerkungen zu einem Mehrproduktenmodell	54

2.2.3	Einführung variabler Grenzkosten	62
2.2.4	Einführung variabler Anpassungsgeschwindigkeiten	65
2.2.4.1	n-Anbieter-Fall	66
2.2.4.2	Duopolfall	69
2.3	Vergleich zwischen Mengen- und Preisoligopolen	70
2.4	Bemerkungen zur bisher angenommenen Erwartungsstruktur	73
3	Dynamische Oligopolmodelle mit konstanter konjekturaler Anpassung	75
3.1	Stabilitätswirkungen konjekturaler Variation nach Sato und Nagatani im Mengeno- ligopol	76
3.1.1	Die Mengenhypothese von Sato und Nagatani	76
3.1.2	Stabilitätseffekte	78
3.1.3	Ein numerisches Beispiel	81
3.2	Stabilitätswirkungen konjekturaler Variation im Preisoligopol	83
3.2.1	Ableitung des erwarteten Gewinnmaximums	83
3.2.2	Stabilitätseffekte	84
3.2.3	Numerische Beispiele	85
3.3	Bemerkungen zur konstanten konjekturalen Variation	86
4	Ein dynamisches Duopolmodell mit besonderer Berücksichtigung eines Lernprozesses der Anbieter	91
4.1	Lernprozesse in Oligopolmodellen: Einige allgemeine Bemerkungen	91
4.2	Die Lernaxiome von Ferguson und Pfouts	93
4.3	Einführung einer linearen Lernregel	95
4.4	Gleichgewichts- und Stabilitätskriterien	97
4.4.1	Bestimmung des erwarteten Gewinnmaximums	97
4.4.2	Überführung des Gleichungssystems in die Normalform	99
4.4.3	Erste Gleichgewichtsbedingungen	100

4.4.4 Notwendige und hinreichende Gleichgewichts- und Stabilitätsbedingungen	102
4.4.5 Interpretierende Bemerkungen und numerische Beispiele	103
Schluß	108
Anhang	110
Literaturverzeichnis	121

Einleitung

Die Analyse der Theorie unvollkommener Märkte gewinnt in jüngster Zeit wieder zunehmende Bedeutung, und besonders dem Oligopolproblem hat sich die Forschung mit erneuter Intensität zugewandt. Wichtige Impulse gehen von der Theorie der kooperativen und nichtkooperativen Spiele aus.¹⁾

Diese Entwicklung kann nicht weiter erstaunen, wenn man bedenkt, wieviele Probleme in modelltheoretischer Hinsicht dieses wichtige Teilgebiet der Ökonomie noch immer in sich birgt, wie wünschenswert andererseits empirisch gehaltvolle theoretische Konzeptionen für die wirtschaftspolitische Anwendung sind. Wenn auch in beiderlei Hinsicht noch viele Fragen offen oder kontrovers sind, so wird Einigkeit darüber bestehen, daß sich allein ein theoretisch akzeptabler, d.h. (wenigstens) von Inkonsistenzen freier Ansatz - heute oder später - als praktisch relevant erweisen wird. Vieles spricht dafür, daß dies nur im Zuge einer kritisch bedachten, aber doch kontinuierlichen Fortentwicklung des heute vorfindlichen Theoriegebäudes geschehen kann.

Die theoretische Forschung widmete sich in den letzten zehn bis fünfzehn Jahren mit besonderem Nachdruck den dynamischen Aspekten unvollkommener Märkte. Überblickt man die zahlreichen Kontroversen und Verwirrungen, die von statischen Oligopolösungen verursacht wurden²⁾, so kann diese Entwicklung nur als folgerichtig bezeichnet werden. Es ist Heertje voll beizupflichten, wenn er feststellt, daß in dynamischen Ansätzen "die nuancierte Oligopolproblematik viel besser zum Ausdruck kommt als im statischen Fall und sich demzufolge Mißverständnisse leichter vermeiden lassen"³⁾.

1) Wir nennen hierzu beispielhaft das jüngst erschienene Buch von Telser (1972).

2) Man denke nur an die umfangreiche und lebhaft wissenschaftliche Diskussion, die von der statischen Oligopoltheorie Krelles im deutschen Sprachraum ausgelöst wurde und ihren letzten Höhepunkt in der Zeitschrift für Nationalökonomie 1970 und 1971 gefunden hat, siehe Heertje (1970), Krelle (1971), Ott (1971), Aberle und Baum (1971) sowie Heertje I (1971).

3) Heertje I (1971), S. 202.

Ein in statischen Theorien bis heute umstrittenes und - beim derzeitigen Stand der Wirtschaftstheorie und ihrer sozial- und verhaltenswissenschaftlichen Nachbardisziplinen - wohl auch noch nicht exakt lösbares Problem ist jenes der "richtigen" Verhaltenshypothese, der richtigen Einschätzung der Konkurrentenaktionen. Eine bescheidene, aber durchaus nicht selbstverständliche (weil immer wieder verkannte) Tatsache zur Erhellung dieses Problems ist die: Eine sinnvolle Theorie "ökonomischer Erwartungen" ist nur möglich, wenn peinlich genau zwischen tatsächlichen (ex post-) Größen und erwarteten (ex ante-) Größen unterschieden wird. Eine derartige Trennung ist aber nur im Rahmen einer dynamischen Analyse des Oligopolproblems eindeutig vollziehbar.

Die Stabilitätstheorie unvollkommener Märkte - bei der es um die Bewegungen geht, die zu Gleichgewichtspunkten hin- bzw. von Gleichgewichtspunkten wegführen - bietet noch breiten Raum für Untersuchungen. Die Behandlung des Stabilitätsproblems ist - wie man seit Samuelson weiß - untrennbar mit dem Problem der Dynamik verbunden. Wenn auch die dynamisierten oligopoltheoretischen Ansätze von teils stark vereinfachten Annahmen ausgehen, so läßt sich doch soviel sagen: Die Stabilitätseigenschaften von möglicherweise existierenden Gleichgewichtslösungen der Modelle sind in starkem Maße von der Erwartungsstruktur der Anbieter abhängig, wenn wir so die Gesamtheit der Reaktionshypothesen nennen wollen. Wir möchten diese Aussage als eine der Kernthesen der vorliegenden Arbeit bezeichnen. Da die Erwartungsstruktur das wesentliche dynamische Element unserer Modelle bildet, findet man hier auch ein schönes Beispiel für das Samuelsonsche "correspondence principle"¹⁾.

Ferner stellt sich heraus, daß innerhalb einer gegebenen Erwartungsstruktur die Stabilität in interessanter Weise

1) Samuelson (1971), S. 284.

von der Anbieterzahl, der Art der Nachfrageverbundenheit sowie den Marktverhältnissen des Oligopoltheorie abhängig ist, falls man diese Verhaltensfaktoren konstant lassen mag. Nicht der erklärende Effekt von Marktverhältnissen zu betonen.

Nach den bisherigen Ausführungen ist es naheliegend, daß wir die Modelle dieser Arbeit im Sinne einer Hierarchie von Verhaltenshypothesen gliedern, also auf doch der Ansicht, daß die adäquate Erfassung der Interdependenz der Anbieter eines der Kernprobleme, wenn nicht gar das Kernproblem der Oligopoltheorie darstellt.¹⁾ Wir beginnen mit dem einfachsten Fall, der Hypothese autonomen Verhaltens, die im Rahmen eines homogenen und eines heterogenen Oligopols diskutiert wird (Kapitel 2). Im nächsten Schritt (Kapitel 3) kommt die wechselseitige Abhängigkeit der Anbieter bereits in der Verhaltenshypothese zum Ausdruck, und zwar in Form einer konstanten konjunkturalen Variation. Im dritten und letzten Schritt (Kapitel 4) wird dieser Verhaltenstyp durch eine Hypothese, die eine Revision der Erwartungsstruktur zuläßt, abgelöst.

Damit ist ein weiterer wichtiger Punkt angesprochen. Es erscheint unumgänglich, daß Verhaltenshypothesen explizit in ein Modell eingeführt werden. Damit allein ist es jedoch nicht getan, denn es kommt darauf an, die einmal gewählte Hypothese durch ökonomische oder außerökonomische Sachverhalte zu begründen. Hier scheint es, daß vor allem psychologische Ergebnisse und Resultate der experimentellen Wirtschaftsforschung erste Erklärungsmodelle liefern können.

Die bis jetzt vorliegende Literatur zur dynamischen Oligopoltheorie bedient sich vorwiegend der Hypothese autonomen Verhaltens, doch findet man auch vereinzelte Beiträge zu den

1) Diese Ansicht ist keineswegs neu oder originell, sie hat sich bis in die preistheoretische Lehrbuchliteratur niedergeschlagen. Vgl. etwa Ott I (1970), S. 210.

- - -

beiden anderen Verhaltensmodellen. Gestützt auf diese Arbeiten, bemühen wir uns um eine Zusammenschau der verstreut vorliegenden Teilprobleme. Wir legen hierbei auf die Problematisierung expliziter und die deutlichere Kennzeichnung verschiedener impliziter Annahmen besonderen Wert. Zum anderen wird versucht, einige - in Anbetracht der viel weitergehenden Wünsche - geringfügige Verallgemeinerungen sowie möglicherweise plausiblere Neu- oder Alternativdarstellungen bestimmter Modelle zu geben und schließlich verschiedene in der Literatur vorkommende Ungenauigkeiten aufzudecken. Die vorliegende Arbeit versteht sich damit in erster Linie als ein Beitrag zur Theorie unvollkommener Märkte.

Eine einigermaßen kohärente Darstellungsweise ist nicht zuletzt durch die Verwendung einiger leistungsfähiger Verfahren aus den Gebieten der linearen Algebra und der Theorie linearer Differenzengleichungen möglich. Die Zusammenstellung und (in einem Punkt) geringe Erweiterung dieser Ergebnisse, die auch für andere Teilgebiete der Wirtschaftstheorie von unübersehbarer Relevanz sind ¹⁾, mag - vom konkreten Anwendungsfall abstrahierend - auch im Sinne eines bescheidenen methodischen Beitrages zur Linearökonomik verstanden werden.

1) Vgl. Abschnitt 2.2.1.4 dieser Arbeit.

Allgemeine Grundannahmen und Bezeichnungen

Wir beginnen mit einigen Ausführungen, die die Modelle insgesamt betreffen und daher zweckmäßigerweise zusammenfassend an den Anfang gestellt werden. Hierbei handelt es sich einmal um allgemein formulierte Modellannahmen und Bezeichnungen, die im folgenden öfters wiederkehren und zum anderen um den Versuch, die Modelle in etwas allgemeinerer Weise abzugrenzen.

Die Implikationen bestimmter Modellannahmen sollen vor allem deshalb mit einiger Genauigkeit formuliert werden, weil dies in der Bezugsliteratur häufig vernachlässigt oder versäumt wird. Im übrigen sind die nachfolgenden durchaus traditionellen Annahmen zur Nachfrage- und Kostenseite dadurch zu rechtfertigen, daß (i) die Stabilitätsanalyse unvollkommener Märkte noch wenig entwickelt ist und deshalb auf einfachen Annahmen aufbauen muß, (ii) wir insbesondere darauf abstellen, die Verhaltenshypothese als zentrales Element der Oligopolanalyse von unerwünschten Voraussetzungen schrittweise freizumachen und die daraus resultierenden Gleichgewichts- und Stabilitätseffekte zu prüfen. Dies schließt trotzdem nicht die Möglichkeit aus, die Nachfrage- und Kostenbedingungen an verschiedenen Stellen allgemeiner zu fassen.

a) Die in dieser Arbeit untersuchten Modelle können als nichtkooperative Spiele ¹⁾ interpretiert werden, d.h. es bestehen zwischen den Spielern, sprich Oligopolisten oder Polypolisten, keinerlei explizite oder implizite Absprachen über den Spielverlauf. Folgende Argumente sind dazu geeignet, die Hervorhebung des nichtkooperativen Spiels zu begründen: (i) Der nichtkooperative Fall ist vom Standpunkt oligopoltheoretischer Analyse zweifellos von größerem Interesse als der des kooperativen Spiels. Im Falle des "cooperative approach" würde nämlich das spezi-

1) Zur allgemeinen spieltheoretischen Diskussion dieses Problemkreises vgl. Luce und Raiffa (1957), S. 170 ff.

1) Die oligopolistische Theorie des Problems der Interdependenz von Konkurrenzaktionen auf das Modell des Kollektivmonopols reduziert, bei dem das wichtige Problem der Gewinnaufteilung offen bleiben müßte. Zudem kann die nichtkooperative (ebenso wie die kooperative Verhaltensweise) als Grenzfall der "tacit collusion" aufgefaßt werden und auch von daher theoretisches Interesse beanspruchen.¹⁾ (ii) Die Schwierigkeiten von "joint decisions" als Charakteristikum des kooperativen Sozials nehmen mit wachsender Zahl von Anbietern zu. Dies wird nicht zuletzt dadurch bewirkt, daß ungleich verteilte Informationsmengen die Möglichkeiten und Bereitschaft zur Kooperation erschweren.

Für die nichtkooperative Verhaltensweise in der Realität können mit Selten einige weitere Gründe angeführt werden: ²⁾

- Bindende Verträge über die Wahl von Aktionsparametern sind entweder verboten oder rechtlich nicht geschützt.
- Es liegt keine "Selbstbindungskraft" vor, d.h. "ein Oligopolist kann sich nicht einseitig auf ein bestimmtes zukünftiges Verhalten unwiderruflich festlegen" ³⁾.
- Aufgrund von Gesetzesbarrieren und Negativreaktionen der öffentlichen Meinung sind Kampfmaßnahmen gegen Oligopolisten, die sich nicht an getroffene Abmachungen halten, unmöglich.
- Der Einzelne bewertet seine Unabhängigkeit höher als durch "Joint Profit Maximization" möglicherweise erzielbare Zusatzgewinne.
- Es herrscht die Befürchtung, daß durch hohen "Joint Profit" zusätzliche Konkurrenten angelockt werden.
- Die Oligopolisten verfügen über zuviele Aktionsparameter, so daß eine "wirksame Kontrolle der Einhaltung gewinnbringender Absprachen so gut wie unmöglich gemacht wird" ⁴⁾. ⁵⁾

1) Vgl. Friedman (1968), S. 257 f. und Friedman (1971), S. 106 f.

2) Selten (1970), S. 129.

3) Ebenda, S. 129.

4) Ebenda, S. 129.

5) Im übrigen darf nicht übersehen werden, daß dieser Katalog allein deswegen nicht vorbehaltlos Gültigkeit beanspruchen darf, weil bei realen Oligopolen die Verhältnisse stark branchenspezifisch und kaum auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen sind. Vgl. Selten (1970), S. 130.

Schließlich ist darauf zu verweisen, daß eine beträchtliche Anzahl in der Wirklichkeit vorkommender oligopolistischer, strukturierter Industrien und polypolistischer Märkte ohne Kommunikation funktionsfähig sind.

b) Der nichtkooperative Ansatz, der sowohl für den homogenen als auch für den heterogenen Markt behandelt wird, beruht auf einigen zentralen preistheoretischen Annahmen und Voraussetzungen auf, von denen zunächst die Nachfrageseite zu behandeln ist.

Die Gesamtnachfragefunktion für den Fall des homogenen Preisoligopols ist von der Form

$$(1.1) \quad p(t) = f[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)] \quad t = 0, 1, 2, \dots^{1)}$$

wobei $p(t)$ den (einheitlichen) Marktpreis und $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) den Absatz des i -ten Anbieters in der Periode t bezeichnet.

Im Falle des heterogenen Preisoligopols haben wir es mit n Preis-Absatz-Funktionen (für jeden Anbieter eine) folgender Form zu tun:

$$(1.2) \quad x_i(t) = f_i[p_1(t), p_2(t), \dots, p_i(t), \dots, p_n(t)]$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Dieser Ausdruck besagt, daß der Absatz eines jeden der n Anbieter in Periode t von den Marktpreisen aller Anbieter in t abhängt.²⁾

- 1) Der Zeitindex t nimmt hier und im folgenden wegen des diskreten Modelltyps nur nichtnegative ganzzahlige Werte an. Es wird im weiteren auf die explizite Angabe dieser Indexmenge verzichtet.
- 2) Als Preis-Absatz-Funktion wird also eine Funktion eines Anbieters bezeichnet, während der Gesamtnachfragefunktion alle Anbieter gegenüberstehen. Wir beziehen erstere Funktion auf Preisoligopole, letztere Funktion auf Monopololigopole. Eine Diskussion über diese Terminologie findet sich in Ott (1962), Ott (1963) und Heertje (1962).

Wir machen die in der Preistheorie übliche Annahme, daß produzierte Mengen auch abgesetzt werden, mit anderen Worten, wir klammern das Problem der Lagerhaltung aus. Schließlich betrachten wir Nachfrager auf Preis- bzw. Mengenänderungen unverzögert.

Die Aktionsparameter (strategischen Variablen) in den hier behandelten Modellen sind also Preise bzw. Absatzmengen. Wenn auch zu erwarten ist, daß sich die Oligopoltheorie in immer stärkerem Maße zu einer Parametertheorie erweitern wird, in der Preis und Menge nur eine von vielen Entscheidungsvariablen sind, so darf doch nicht verkannt werden, daß eine genaue Analyse der preistheoretischen Implikationen von Oligopolmodellen ein unumgänglicher Schritt in dieser Entwicklung sein muß.¹⁾²⁾

Die Kosten des jeweiligen Anbieters seien abhängig von seiner produzierten Menge:

$$(1.3) K_i(t) = f_i [x_i(t)] \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Wir gehen in den Modellen mit linearen Kostenfunktionen davon aus, daß die Anbieter innerhalb einer gegebenen Kapazität produzieren. In den Modellen mit variablen Grenzkosten können Kapazitätsgrenzen insofern berücksichtigt werden, als man sie durch die Annahme genügend stark ansteigender Kostenfunktionen (ab einem bestimmten Produktionsniveau) ersetzen kann. Dies ist deshalb zulässig, weil es an der Kapazitätsgrenze im allgemeinen möglich ist, die Produktion "noch etwas auszuweiten, wenn man gewillt ist, sehr hohe Kosten dafür in Kauf zu nehmen" ^{3) 4)}

1) Vgl. auch Heertje II (1971), S. 190.

2) Die Problematik der Berücksichtigung zusätzlicher Aktionsparameter wie Werbung oder Produktgestaltung in einem herkömmlichen Oligopolmodell zeigt sich m.E. ganz deutlich in einem neuen Ansatz von Baumol, auf den hier nur verwiesen werden kann; vgl. Baumol (1971), S. 171 ff.

3) Baumol (1970), S. 43 f.

4) Die nicht-explicite Erfassung von Kapazitätsschranken bedeutet formal, daß es sich bei den abzuleitenden Gewinnmaximierungsbedingungen um innere Optima handelt; vgl. Selten (1970), S. 45.

Die Kostenfunktionen bleiben - ebenso wie die Preis-Absatz-Funktionen und die Gesamtnachfragefunktion - in der Zeit konstant. Diese Aussage kann dahingehend eingeschränkt werden, daß die genannten Funktionen über eine begrenzte Zahl von Spielperioden hinweg unverändert sind. Die (relative) Konstanz des Nachfragesektors bedeutet offenbar, daß "total demand is neither expanding nor contracting" ¹⁾. Es liegt ein Markt vor, in dem sich die Präferenz- und Einkommensstruktur der Nachfrager nicht ändert. Die begrenzte Gültigkeit dieser Konstellation ist unverkennbar, doch glauben wir, daß sie der hier behandelten Fragestellung zumindest theoretisch angemessen ist. ²⁾

Jeder Anbieter kennt die Gesamtnachfragefunktion bzw. seine eigene Preis-Absatz-Funktion und Kostenfunktion. Hingegen wird nicht angenommen, daß Anbieter i die Preis-Absatz- bzw. Kostenfunktion von Anbieter j bekannt ist. ³⁾

Die Unternehmer suchen ihren Gewinn pro Wirtschaftsperiode zu maximieren. Dieses Maximierungsproblem ist bekanntlich keines im üblichen Sinne, da der Gewinn von Anbieter i nicht nur von seinen eigenen Entscheidungsvariablen, sondern auch von jenen des Anbieters j , die er nicht kontrolliert, abhängig ist. Zur Lösung des Problems muß Anbieter i Erwartungen über die Aktionsparameter von Anbieter j anstellen. Diese Verhaltenshypothese, "die nicht aus den objektiven Absatz- und Kostenfunktionen abgeleitet werden kann, sondern die erwartete (subjektive) Reaktionen zum Ausdruck bringt" ⁴⁾, ermöglicht Anbieter i die Ermittlung des erwarteten Gewinns.

1) Ferguson (1959), S. 266.

2) Vgl. hierzu auch Richter (1954), S. 61 ff.

3) Wir haben es hier - in der Terminologie experimenteller Oligopolforschung - mit einer Situation unvollkommener Information zu tun; vgl. Friedman (1969), S. 400.

4) Heertje I (1971), S. 201.

In homogenen Fall ergibt sich:

$$(1.4) \quad \bar{G}_i(t) = \bar{p}_i(t)x_i(t) - K_i(t),$$

wobei

$$\bar{p}_i(t) = f_i[\bar{x}_1^i(t), \bar{x}_2^i(t), \dots, x_i(t), \dots, \bar{x}_n^i(t)]$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Hierbei sind die Größen, die mit einem Querstrich versehen sind, als Erwartungsgrößen zu interpretieren: $\bar{p}_i(t)$ bezeichnet den von Anbieter i in Periode t erwarteten Marktpreis; $\bar{x}_j^i(t)$ ist die Absatzmenge, die Anbieter i von Anbieter j in Periode t erwartet.

Im Falle des heterogenen Oligopols erhält man die Gewinnfunktion

$$(1.5) \quad \bar{G}_i(t) = \bar{p}_i(t)\bar{x}_i(t) - K_i(t)$$

wobei

$$\bar{x}_i(t) = f_i[\bar{p}_1^i(t), \bar{p}_2^i(t), \dots, p_i(t), \dots, \bar{p}_n^i(t)]$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Die aufgeführten Symbole sind analog zu jenen im homogenen Fall zu interpretieren.

In spieltheoretischer Interpretation und statischer Gleichgewichtsbetrachtung besagt das bisherige: Die Angebotsseite des Marktes besteht aus n Spielern. Spieler i verfügt über eine nichtleere Menge $\sum_i$ von Strategien, wobei $s_i \in \sum_i$ eine konkrete Strategie ist. Der Strategienraum besteht aus Mengen- und Preisstrategien, mit denen der jeweilige Anbieter seine Zielfunktion beeinflussen kann. Die Auszahlungsfunktionen (Gewinnfunktionen) G_i sind auf dem kartesischen Produkt $\sum_1 \times \sum_2 \times \dots \times \sum_n$ definiert. Der Funktionswert $G_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n)$ stellt eine bestimmte Auszahlung an

Anbieter i der.¹⁾

Der nächste wichtige Schritt in der dynamischen Betrachtungsweise besteht nun in der Spezifikation der Erwartung n, die Anbieter i bezüglich der Aktionsparameter von Anbieter j anstellt. Hierbei wird generell angenommen, daß ein erwarteter Aktionsparameter in Periode t in Abhängigkeit von den Aktionsparametern aller Anbieter in zurückliegenden Perioden gesehen wird. Diese Daten seien den Anbietern bekannt.

Die Anbieter können damit ihre Gewinnfunktion spezifizieren und das Maximum des erwarteten Gewinns ermitteln. Hier wird es dann im allgemeinen (aufgrund irrtümlicher Einschätzungen des Konkurrentenverhaltens) zu ungleichgewichtigen Situationen kommen. Dies führt zu der Frage, (i) ob überhaupt Gleichgewichtslösungen möglich sind und wenn ja, (ii) ob dieses Gleichgewicht im Zeitablauf jemals erreicht wird, genauer, ob das Gleichgewicht stabil ist.

c) Es geht aus dem bisher Ausgeführten bereits hervor, daß die Verhaltenshypothesen das dynamische Element unserer Modelle bilden. Hierbei verstehen wir Dynamik in dem in der modernen Wirtschaftstheorie üblichen Sinn, daß wenigstens eine der vorkommenden Variablen sich auf verschiedene Zeitpunkte bzw. Perioden bezieht, mit anderen Worten, daß wenigstens eine der Modellgleichungen sowohl verzögerte als auch unverzögerte Variablen enthält.²⁾

1) Diese kurze Charakteristik ist vor allem deswegen erforderlich, weil wir uns in dieser Arbeit häufig spieltheoretischer Ausdrucksweisen bedienen. Vgl. auch Owen (1971), S. 4 ff..

2) Vgl. Samuelson (1971), S. 285 f. Neben dieser Definition gibt es eine Reihe weiterer Dynamik-Begriffe. Eine in unserem Zusammenhang sinnvolle Konzeption wären auch die "expectational dynamics" von Shackle (1955), S. 218, die auf unsichere Zukunftserwartungen abstellen. An diesem Begriff gemessen, sind die hier diskutierten Modelle nur partiell dynamisch, da wir hinsichtlich Kosten- und Nachfrageentwicklung sichere Zukunftsprognosen unterstellen. Zu einem zusammenfassenden und instruktiven Überblick über Dynamik-Konzepte vgl. Machlup (1959).

a) Dynamische Systeme können in Form von stetigen und diskreten Modellen ausgearbeitet werden. Wir entscheiden uns für letztere, da der diskrete Ansatz oligopoltheoretischer Analyse intuitiv ohnehin angemessen erscheint; zum anderen würde die Miteinbeziehung stetiger Modelle nur eine methodische Alternative darstellen und im Hinblick auf die ökonomische Problemstellung von nur bescheidenem Zusatzinteresse sein. Aber selbst methodisch kann die Behandlung stetiger Modelle nichts grundsätzlich Neues bringen, da derartige Systeme bekanntlich als Grenzfälle diskreter Modelle zu verstehen sind.

Zur Formulierung dynamischer Systeme stehen verschiedene Methoden wie Differential-, Integral-, Differenzen- oder Mischgleichungen zur Verfügung. Wegen der Ganzzahligkeit der Zeitargumente sind für die hier behandelten Modelle Differenzengleichungen am besten geeignet.

e) Die oben angegebenen Grundannahmen werden - mit Ausnahme einiger Kostenfunktionen - linear formuliert. Für die Verwendung linearer Modelle sind vor allem die folgenden zwei Gründe ausschlaggebend: Einmal kann ein lineares System als Approximation eines nichtlinearen Systems aufgefaßt werden, so daß sich bei der Behandlung des Stabilitätsproblems - um welches es uns im folgenden zu einem wesentlichen Teil geht - keine allzu einschneidenden Konsequenzen ergeben. Zum anderen gewährleisten lineare Systeme ein "Höchstmaß an analytischer Manipulierbarkeit"¹⁾, was durch die zahlreichen Resultate der Linearökonomik eindrucksvoll bestätigt wird.²⁾ Innerhalb des linearen Modells sollen jedoch möglichst allgemeine Aussagen formuliert werden. Dies heißt, daß die Koeffizienten der Gleichungen nur in wenigen illustrativen Beispielen mit numerischen Werten und im allge-

1) Selten I (1965), S. 303.

2) Einen Überblick hierzu geben Fels und Tintner (1972), S. 100 ff.

meinen lediglich mit qualitativen Restriktionen belegt werden.

f) Wir gehen schließlich von deterministischen Modellen aus. Möglichkeiten der stochastischen Formulierung sind aufgezeigt worden, man vergleiche hierzu etwa den interessanten Versuch von Tarr.¹⁾ Hierzu ist allerdings zu sagen, daß stochastische Fassungen von Verhaltenshypothesen das Problem lediglich auf eine höhere Ebene verschieben, während die prinzipiellen Einwände, die man gegen die deterministische Version der Verhaltenshypothese erheben kann, im wesentlichen dieselben bleiben. Uns erscheint es zunächst wichtiger, nach Ansätzen für eine akzeptable Theorie der Verhaltenshypothese im deterministischen Modell zu suchen, bevor man zu stochastischen Ansätzen übergeht.

1) Tarr (1970).

2. Cournotsches Gleichgewicht mit der Hypothese autonomen Verhaltens

2.1 Homogenes Mengenoligopol

Im ersten Modell dieser Arbeit wird das Gleichgewichts- und Stabilitätsproblem an einem homogenen Mengenoligopol mit der Hypothese autonomen Verhaltens behandelt. Nach einer Diskussion der linearen Grundannahmen werden wir an einem Duopolbeispiel erste Aussagen zu Prozeßanalyse, Gleichgewicht und Stabilität machen. Das Gleichgewichts- und Stabilitätsproblem wird dann in allgemeinerem Rahmen vertieft weiterbehandelt, woraus sich die Möglichkeit einer fortführenden Diskussion des n-Anbieter-Modells ergibt. Von einem nützlichen mathematischen Ergebnis ausgehend, können wir insbesondere den Einfluß der Anbieterzahl auf das Stabilitätsverhalten des Marktes aufzeigen. Eine Verallgemeinerung der Kostenfunktionen führt zu einer ersten Modifikation der erzielten Resultate. Schließlich zeigen wir, daß eine in der Literatur verschiedentlich formulierte verallgemeinerte Cournot-Hypothese nie zu einem Gleichgewichtszustand führt.

2.1.1 Das Grundmodell

2.1.1.1 Wir diskutieren zunächst die Annahmen im linearen Ansatz ¹⁾ und geben Optimierungsbedingungen an.

Die Gesamtnachfragefunktion ist von der Form

$$(2.1) \quad p(t) = a - b \sum_{i=1}^n x_i(t) \quad a > 0, b > 0.$$

1) Vgl. hierzu Theocharis (1959/60), S. 133-134, der die folgenden Annahmen für den Fall des Tripols formuliert sowie Fisher (1961), S. 225 ff.

Geht man davon aus, daß der Marktpreis und die Absatzmengen der einzelnen Anbieter nichtnegativ sind, so ergibt sich als Variationsbreite des Gesamtabsatzes

$$0 \leq \sum_{i=1}^n x_i(t) \leq \infty.$$

Obwohl nun jedem Anbieter die Form der Gesamtnachfragefunktion bekannt ist, besteht zu Beginn einer Periode Unsicherheit über die Absatzmengen der Konkurrenten. Die Nachfragefunktion stellt sich daher für Anbieter i subjektiv wie folgt dar:

$$(2.3) \quad \bar{p}_i(t) = a - b \left[x_i(t) + \sum_{j=1}^n \bar{x}_j^i(t) \right] \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ i \neq j. \end{matrix}$$

Die Annahme, die der jeweilige Oligopolist über die Aktionsparameter des Konkurrenten macht, ist die folgende:

$$(2.4) \quad \bar{x}_j^i(t) = x_j(t-1) \quad \begin{matrix} i, j = 1, \dots, n \\ i \neq j. \end{matrix}$$

Jeder Anbieter geht also davon aus, daß der Absatz des Konkurrenten in Periode t gleich dessen Absatz in $t-1$ ist. Die Anbieter unterstellen ihren Konkurrenten eine autonome - spezieller - Cournotsche Verhaltensweise.¹⁾ Diese Annahme ist (insbesondere für homogene Oligopole) recht problematisch und zum Angelpunkt der Kritik geworden. Wir kommen darauf noch ausführlicher zurück, siehe S. 73 f.

- 1) Autonome Verhaltensweise ist aus folgendem Grund allgemeiner als Cournotsche Verhaltensweise. Die Reaktionshypothese ist von der Form

$$\bar{x}_j^i(t) = f[x_j(t-1), x_j(t-2), \dots],$$

d.h. i vermutet, daß die Aktionsparameterfestsetzung des j in einer bestimmten (nicht notwendig Cournotschen) Art und Weise von Aktionsparametern des j in früheren Perioden, nicht hingegen von jenen des i abhängt.

Die Kostenfunktionen sind von der Form

$$(2.5) \quad K_i(t) = c_i x_i(t) + g_i \quad g_i \geq 0$$

$$i = 1, \dots, n,$$

wobei K_i die Gesamtkosten, c_i die Grenzkosten und g_i die fixen Kosten von Anbieter i darstellen. Lineare Kostenfunktionen sind in der wirtschaftstheoretischen Literatur weit verbreitet, und wir brauchen hier auf ihren produktionstheoretischen Hintergrund nicht weiter einzugehen. Weniger bekannt sind ihre stabilitätstheoretischen Implikationen, die im folgenden nachzuweisen sind. Besonders auffällige Unterschiede wird dabei der Vergleich mit Kostenfunktionen höherer Ordnung erbringen.

Aus obigem Satz von Annahmen ergibt sich zunächst eine Umformung der Gesamtnachfragefunktion. Einsetzen von (2.4) in (2.3) führt zu

$$(2.6) \quad \bar{p}_i(t) = a - b \left[x_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) \right] \quad i = 1, \dots, n.$$

Der erwartete ¹⁾ Periodengewinn ist damit durch

$$(2.7) \quad \bar{G}_i(t) = \bar{p}_i(t) x_i(t) - K_i(t) \quad i = 1, \dots, n$$

bestimmt, und die beiden Maximierungsbedingungen $\frac{\partial \bar{G}_i(t)}{\partial x_i(t)} = 0$

und $\frac{\partial^2 \bar{G}_i(t)}{\partial x_i(t)^2} < 0$ ²⁾ führen zu

- 1) Es ist zu beachten, daß die in dieser Arbeit verwendeten Termini "erwartet", "geschätzt", "Schätz-" u.ä. keinen wahrscheinlichkeitstheoretischen Inhalt haben.
- 2) Es wird angenommen, daß alle in dieser Arbeit vorkommenden Funktionen überall dort, wo sie definiert sind, zweimal differenzierbar sind. Dies ist eine der üblichen (aber nicht unbedenklichen) Grundannahmen der Marginalanalyse. Zur Kritik vgl. Fels und Tintner (1972), S.126 ff.

$$(2.8) \quad (I) \quad a - 2bx_i(t) - b \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) - c_i = 0 \quad 1)$$

$$i = 1, \dots, n,$$

$$(II) \quad -2b < 0 \quad 2).$$

Die Gewinnfunktion veranlaßt zur Formulierung einer weiteren Annahme. Wir gehen davon aus, daß jeder Anbieter (zumindest langfristig) nur dann im Markt bleiben kann, wenn er ohne Verlust produziert. Der Gewinn jedes Anbieters ist nun offenbar eine abnehmende Funktion der Summe der erwarteten Outputs der Konkurrenten. Nehmen wir an, alle Outputs der Konkurrenten seien gleich Null. "If non-negative profits are not anticipated here, they will never be anticipated".³⁾ Da ferner der Grenzgewinn eine abnehmende lineare Funktion des eigenen Outputs ist, muß zumindest bei einer sehr kleinen Absatzmenge verlustlose Produktion möglich sein. Es muß daher wegen (2.8)(I)

$$(2.9) \quad a \geq c_i \quad i = 1, \dots, n$$

gelten.⁴⁾ Die auf dem Markt erzielbare Preisobergrenze darf also nicht unter den Grenzkosten eines beliebigen Anbieters liegen. Ist dies der Fall, produziert der betreffende Anbieter mit Verlust.⁵⁾

2.1.1.2 Es soll nun zunächst am Spezialfall des Duopols beispieishaft gezeigt werden, wie sich unter obigen Annahmen, die Absatz- und Gewinnsituation zweier Anbieter im Zeitablauf gestaltet. Aus (2.8)(I) erhält man die beiden folgen-

1) Man bezeichnet diese Beziehung im statistischen Kontext und im Duopolfall als Reaktionsfunktion.

2) Diese Bedingung ist wegen der Nebenbedingung in (2.1) erfüllt.

3) Fisher (1961), S. 129.

4) Ebenda, S. 129.

5) Es handelt sich hier also um eine notwendige - jedoch keine hinreichende - Bedingung für verlustlose Produktion.

den Differenzengleichungen

$$(2.10) \quad (I) \quad a - 2bx_1(t) - bx_2(t-1) - c_1 = 0$$

$$(II) \quad a - 2bx_2(t) - bx_1(t-1) - c_2 = 0.$$

Daraus resultieren nach einigen Umformungen zwei Differenzengleichungen zweiter Ordnung in einer Variablen:

$$(2.11) \quad (I) \quad x_1(t) - \frac{1}{4}x_1(t-2) = \frac{a - 2c_1 + c_2}{4b}$$

$$(II) \quad x_2(t) - \frac{1}{4}x_2(t-2) = \frac{a - 2c_2 + c_1}{4b}.$$

Nach den Standardmethoden für die Lösung derartiger Gleichungen ¹⁾ erhält man

$$(2.12) \quad (I) \quad x_1(t) = C_1(1/2)^t + C_2(-1/2)^t + \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}$$

$$(II) \quad x_2(t) = C_3(1/2)^t + C_4(-1/2)^t + \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}.$$

C_1 bis C_4 sind beliebige Konstanten, die sich durch Vorgabe von jeweils zwei Anfangswerten eindeutig bestimmen lassen. Nehmen wir zur weiteren Illustration eine Gesamtnachfragefunktion vom Typ

$$(2.13) \quad p(t) = 100 - [x_1(t) + x_2(t)], ²⁾$$

kostenlose Produktion ³⁾ (Cournot-Fall) und Anfangsmengen von $x_1(0) = 15$, $x_1(1) = 20$ für Anbieter 1 und $x_2(0) = 20$,

1) Vgl. hierzu Goldberg (1968), S. 191 ff.

2) Vgl. hierzu auch Ott (1956), wo ähnliche Fälle unter Zugrundelegung verschiedener lag-Strukturen diskutiert werden.

3) Diese Annahme bedeutet stabilitätstheoretisch gegenüber dem Fall linearer Kostenfunktionen keine Beschränkung der Allgemeinheit.

$x_2(1) = 15$ für Anbieter 2, so erhalten wir aus (2.12) die beiden partikulären Lösungen

$$(2.14) \text{ (I) } x_1(t) = -22,5(1/2)^t + 4,17(-1/2)^t + 33,33$$

$$\text{ (II) } x_2(t) = -25,5(1/2)^t + 11,67(-1/2)^t + 33,33.$$

Diese Lösungen bestimmen die Entwicklung des sehr einfachen Systems in der Zeit; die Ergebnisse sind in Tabelle 1 festgehalten.

Es zeigt sich, daß die Absatzmengen der beiden Anbieter gegen die Gleichgewichtsmengen von jeweils 33,33 konvergieren; es liegt folglich ein stabiles Gleichgewicht vor. Während des dynamischen Prozesses haben wir es hingegen mit Ungleichgewichten zu tun. Wir wollen es hier bei diesen ersten kurzen Bemerkungen zu Gleichgewicht, Ungleichgewicht und Stabilität belassen und den Problemkreis weiter unten in präziserer Weise weiterbehandeln. Dies erweist sich für die Diskussion ökonomisch gehaltvollerer und voraussetzungsärmerer Marktmodelle als unumgänglich.

2.1.1.3 Wir kommen zunächst wieder auf unser oben diskutiertes n-Anbieter-Modell zurück, das in allgemeiner Form weiterzubehandeln ist. Aus methodischen Gründen empfiehlt es sich, System (2.8)(I) in Form einer vektoriellen Differenzgleichung zu schreiben. Man erhält

$$(2.15) \quad X(t) = AX(t-1) + C, \quad \text{wobei}$$

$$X(t) := \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad A := \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & \dots & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \dots & -\frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad C := \begin{bmatrix} \frac{a-c_1}{2b} \\ \frac{a-c_2}{2b} \\ \vdots \\ \frac{a-c_n}{2b} \end{bmatrix}^{1)}$$

1) Wir schreiben hier und im folgenden mit gew. Recht, wenn eine Größe B durch eine bereits bekannte Größe A definiert wird.

Tabelle 1

t	$x_1(t)$	$\bar{x}_1^2(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2^1(t)$	$p(t)$	$\bar{p}_1(t)$	$\bar{p}_2(t)$	$G_1(t)$	$\bar{G}_1(t)$	$G_2(t)$	$\bar{G}_2(t)$
0	15	✓	20	-	-	-	-	-	-	-	-
1	20	15	15	20	-	-	-	-	-	-	-
2	28,75	20	30	15	41,25	56,15	50	1186	1614	1238	1500
3	30,00	28,75	28,75	30	41,25	40	42,50	1238	1200	1186	1222
4	32,15	30.	32,50	28,75	35,31	39,06	37,50	1137	1162	1148	1219
5	32,50	32,19	32,19	32,50	35,31	35	35,68	1148	1138	1137	1149
...											
∞	33,33	33,33	33,33	33,33	33,34	33,34	33,34	1111	1111	1111	1111

Zur Lösung dieses Systems nehmen wir an, ein beliebiger Mengenausgangsvektor $X(0)$ sei vorgegeben. Dann ist es leicht zu

$$X(1) = AX(0) + C, \quad X(2) = AX(1) + C = A^2X(0) + (A + I)C$$

und allgemein gilt

$$(2.16) \quad X(t) = A^t X(0) + \left(\sum_{i=1}^t A^{t-i} \right) C,$$

wobei $A^0 = I$, die Einheitsmatrix ist.

Der Beweis für die Gültigkeit von (2.16) ist durch vollständige Induktion zu führen: Man hat zu zeigen, daß (2.16) (i) für $t=1$ gilt und (ii) für $t=k+1$ erfüllt ist, wenn dies annahmegemäß für $t=k$ der Fall ist. (i) ist evident. Zum Beweis von (ii) setze man den annahmegemäß wahren Ausdruck

$$X(k) = A^k X(0) + \left(\sum_{i=1}^k A^{k-i} \right) C.$$

Wegen (2.15) gilt

$$X(k+1) = AX(k) + C,$$

so daß man durch Einsetzen erhält:

$$X(k+1) = A^{k+1} X(0) + A \left(\sum_{i=1}^k A^{k-i} \right) C + C$$

oder umgeformt

$$X(k+1) = A^{k+1} X(0) + \left(\sum_{i=1}^k A^{k-i+1} + I \right) C.$$

Da der Klammerausdruck gleich $\sum_{i=1}^{k+1} A^{k-i+1}$ ist, können wir schreiben:

$$X(k+1) = A^{k+1} X(0) + \left(\sum_{i=1}^{k+1} A^{k-i+1} \right) C.$$

Setzt man nun für $k + 1 = t$, erhält man

$$X(t) = A^t X(0) + \left(\sum_{i=1}^t A^{t-i} \right) C,$$

und dies ist genau (2.16), dessen Gültigkeit damit bewiesen ist.

Wie man durch Ausmultiplizieren zeigt, ist

$$\sum_{i=1}^t A^{t-i} (I - A) = I - A^t.$$

Ist Matrix $(I - A)$ nichtsingulär, gilt deshalb

$$\sum_{i=1}^t A^{t-i} = (I - A^t)(I - A)^{-1},$$

so daß System (2.16) in die folgende Form gebracht werden kann:

$$(2.17) \quad X(t) = A^t X(0) + (I - A^t)(I - A)^{-1} C. \quad 1)$$

Dieses System erweist sich für die Gleichgewichts- und Stabilitätsanalyse des n-Anbieter-Modells als sehr handlich. Bevor wir damit beginnen, sind jedoch einige methodische Ausführungen notwendig.

2.1.1.4 In der folgenden, allgemeinen Diskussion von Gleichgewicht und Stabilität befassen wir uns gleichzeitig mit Mengen- und Preisoligopolen.

Definition: Wir bezeichnen als Gleichgewichtsvektor einen Mengen- oder Preisvektor, der im Zeitablauf konstant, nicht-negativ und so beschaffen ist, daß die Erwartungen der Anbieter mit den tatsächlichen Entwicklungen übereinstimmen.

Diese Definition sei durch einige Zusatzbemerkungen ergänzt: Man hat einen konstanten Mengen- oder Preisvektor,

1) Zur Ableitung vgl. auch Goldberg (1968), S. 327.

wenn (für die hier diskutierten dynamischen Systeme) ein stationärer Lösungsvektor existiert.

Die Forderung nach Nichtnegativität des stationären Lösungsvektors ist für jede "economically meaningful solution" zu erheben.

Die Übereinstimmung von Erwartungen und Tatsachen, die Realisierung der Wirtschaftspläne der Anbieter wird für das Preismodell besonders klar von Schneider beschrieben: "Der Gleichgewichtszustand kann also charakterisiert werden als eine solche Kombination von Preisen, bei der jeder Anbieter seine der eigenen Preisplanung zugrundegelegten Erwartungen über die Höhe der Konkurrenzpreise erfüllt sieht. Solange auch nur einer von mehreren Anbietern seine Erwartungen nicht erfüllt sieht, befindet sich das System nicht im Gleichgewicht."¹⁾

Im Falle des Mengenoligopols bedeutet eine korrekte Prognose der Absatzmengen der Konkurrenten eine richtige Schätzung des Marktpreises und damit eine Realisierung der Umsatz- und Gewinnpläne der jeweiligen Unternehmer. Im Preisoligopol bewirkt die zutreffende Schätzung der Konkurrentenpreise die Realisierung der Absatz-, Umsatz-, Kosten- und Gewinnpläne der Anbieter. Mit anderen Worten, eine Richtigschätzung der Aktionsparameter der Konkurrenten hat eine Realisierung der eigenen Wirtschaftspläne der Oligopolisten zur Folge. Nichtrealisierungen der Wirtschaftspläne bestimmter Anbieter können in den hier diskutierten Modellen ihre Ursache nur in der Fehleinschätzung des Konkurrentenverhaltens haben. Wenn dieser Ursachenkomplex in den Mittelpunkt gestellt wird, so bedeutet dies nicht, daß nicht auch andere Gründe (etwa Fehleinschätzungen der Nachfrage- und Kostenfunktionen) für eine Nichtrealisierung von Plänen ausschlaggebend sein mögen. Wir stimmen aber Machlup zu, wenn er auf die

1) Schneider I (1964), S. 77.

(modelltheoretische) Notwendigkeit der Beschränkung auf eine wichtige Ursachengruppe verweist.¹⁾

Die Gleichgewichtslösungen unserer Modelle können als nichtkooperative Gleichgewichte von n-Personen-Spielen im Sinne von Nash interpretiert werden: "An n-tuple of pure strategies $(s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_n)$ is an equilibrium point in pure strategies"²⁾, wenn die Ungleichung

$$G_i(s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_n) \geq G_i(s_1, s_2, \dots, s_i', \dots, s_n)$$

gilt, d.h. wenn Spieler i seinen Gewinn durch isolierte Strategienvariation von s_i zu s_i' nicht erhöhen kann. Anders ausgedrückt: Halten alle Spieler bis auf einen an ihren Strategien fest, so kann dieser eine Spieler nichts besseres tun als ebenfalls an seiner Strategie festzuhalten.

Ein dynamisches System heißt stabil, wenn es von beliebigen Ausgangspreisen(mengen) bzw. bei beliebigen Abweichungen vom Gleichgewicht im Zeitablauf wieder gegen ein Gleichgewicht konvergiert. Im letzteren Fall müssen das alte und neue Gleichgewicht nicht notwendig identisch sein. Es handelt sich bei dieser Form der Stabilität offenbar um das Konzept der "global stability" bzw. der "perfect stability of the first kind" nach Samuelson.³⁾ Dieses Konzept ist für den Fall der hier behandelten vorwiegend linearen Modelle das geeignete. Es impliziert (im Falle des eindeutigen Gleichgewichts) lokale Stabilität, die dann vorliegt, wenn eine Rückkehr zum Gleichgewicht nur bei kleinen Abweichungen stattfindet. Wir bevorzugen die globale Stabilität vor allem deshalb, weil die "local stability" eine willkürliche und vom Modell her schwer zu begründende Festsetzung einer "small perturbation" erfordert. Bei der Wahl

1) Machlup (1958), S. 7.

2) Luce und Raiffa (1957), S. 171.

3) Samuelson (1971), S. 261. In Teil II der "Foundations" finden sich die Grundlagen moderner ökonomischer Stabilitätsanalyse.

des "global stability"-Konzeptes muß man allerdings auch einen Nachteil in Kauf nehmen: Es werden einem System möglicherweise zu restriktive Stabilitätsbedingungen auferlegt.¹⁾

Eine differenziertere Betrachtungsweise des Stabilitätsverhaltens unserer Modelle ist anhand der folgenden Unterscheidung möglich:

a) Die Struktur des Modells, d.h. die Menge der Modellparameter ist konstant²⁾; beliebige Anfangswerte von Aktionsparametern führen zu einem eindeutigen Gleichgewichtspunkt.

b) Die Struktur des Modells erfährt eine einmalige Änderung. Wir wollen den sich daraus ergebenden Systemverlauf anhand eines anschaulichen 4-Phasen-Schemas von Machlup beschreiben:³⁾

- Wir gehen aus von einem Gleichgewichtszustand E_1 .
- Es erfolgt eine Störung des Gleichgewichts, z.B. durch eine einmalige Verschiebung der Gesamtnachfragefunktion.
- Es kommt bei den Anbietern zu einer Diskrepanz zwischen Erwartungen und Tatsachen. Das System befindet sich im Ungleichgewicht.
- Es wird ein neues Gleichgewicht E_2 realisiert.⁴⁾

Die obige Unterscheidung ist durch einige Bemerkungen zu ergänzen: (i) Es wird sich im weiteren zeigen, daß keineswegs alle der diskutierten Modelle sich in der oben geschilderten Art und Weise verhalten. Dies kann einmal daran

1) Zu diesen und weiteren Stabilitätsbegriffen vgl. auch den ausgezeichneten Survey-Artikel von Negishi (1962).

2) Wir verwenden hier den Strukturbegriff in etwas weiterer Form als dies in der Ökonometrie gemeinhin geschieht.

3) Machlup (1958), S. 4.

4) Die Tatsache, daß $E_2 \neq E_1$ ist, ändert nichts an der Eindeutigkeit des Gleichgewichts. Diese besagt, daß einer gegebenen Struktur ein und nur ein Gleichgewichtspunkt zugeordnet ist.

liegen, daß ein Gleichgewicht gar nicht existiert, zum anderen daran, daß ein theoretisch vorliegendes Gleichgewicht instabil ist, also im Falle ungleichgewichtiger Anfangswerte nie realisiert wird. (ii) Selbst im Falle der Existenz eines stabilen Gleichgewichtsvektors wird bei ungleichgewichtigen Anfangswerten das Gleichgewicht erst nach unendlich vielen Perioden erreicht. Während der Anpassungsvorgänge haben wir es mit Ungleichgewichtszuständen zu tun, und unser Interesse besteht gerade darin, zu untersuchen, wie sich diese Ungleichgewichtszustände im Zeitablauf entwickeln. Das Problem unendlich vieler Perioden erweist sich bei näherem Besehen allerdings als nicht gravierend. Führt man Fühlbarkeitsschwellen ein, kann man wie folgt argumentieren: Im Falle einer stabilen Entwicklung nähert sich der Vektor der Aktionsparameter dem Gleichgewichtsvektor bis auf einen beliebig kleinen Betrag. (Die Differenz zwischen erwarteten und tatsächlich realisierten Größen wird damit immer kleiner.) Ist diese Differenz so klein, daß sie für einen Unternehmer nicht mehr fühlbar ist, so hat dieser Anbieter nach endlich vielen Schritten einen Gleichgewichtszustand erreicht, den man als Gleichgewichtsgebiet bezeichnen könnte.¹⁾ Wir wollen diesen Gedanken jedoch nicht weiter verfolgen, da er die Konzeption und Diskussion des Gleichgewichts- und Stabilitätsproblems komplizieren würde, ohne daß substantiell neue Ergebnisse erzielt würden.

Diese Ausführungen weisen bereits darauf hin, daß das in der neueren Oligopoltheorie wieder weit verbreitete Gleichgewichtsdenken einer differenzierteren Betrachtungsweise bedarf. Sie leiten zu einigen weiteren Bemerkungen mehr grundsätzlich-wissenschaftstheoretischer Natur über.

1) Dieser Gedanke kann wie folgt formalisiert werden: Es gilt $|V_i(t) - V_i^*| < \varepsilon$, für $t > \bar{t}$. Hierbei ist $V_i(t)$ ein Aktionsparameter von Anbieter i in Periode t . Bezeichnen wir V_i^* als Gleichgewichtspunkt, so würde $V_i^* \pm \varepsilon$ ein Gleichgewichtsgebiet mit der Fühlbarkeitsschwelle ε darstellen.

Es ist Newman zuzustimmen, daß "stability analysis is a field in which some degree of methodological self-consciousness pays good dividends"¹⁾.

(ii) Wir gehen zunächst auf einen Zusammenhang ein, der die modelltheoretische Relevanz des Stabilitätsproblems hervorheben soll. Eine Bestandsaufnahme der oligopoltheoretischen Literatur zeigt, daß Oligopolprobleme vorwiegend statisch bzw. komparativ-statisch behandelt werden. Nun besteht kein Zweifel daran, daß die komparative Statik für die Wirtschaftstheorie im allgemeinen und die Theorie unvollkommener Märkte im besonderen ein wichtiges Instrument darstellt, wenn es darum geht, die Verlagerungen von Gleichgewichten aufgrund von Datenänderungen zu analysieren. Wie Samuelson ²⁾ in seinen grundlegenden Untersuchungen jedoch gezeigt hat, müssen komparativ-statische Analysen notwendigerweise durch die explizite Beschreibung der Anpassungsprozesse zwischen den Gleichgewichten ergänzt werden. Diese dynamischen Anpassungsprozesse hängen ihrerseits aufs engste mit dem Stabilitätsproblem zusammen, und zwar in dem Sinn, daß "a system involving one adjustment process (d.h. hier: eine bestimmte Reaktionshypothese, Anm. des Verf.) may be stable while another system, identical in the static aspect with the former but coupled with a different adjustment process, may not" ³⁾. Die komparativ-statische Analyse kann allein im Fall stabiler Gleichgewichte sinnvolle Ergebnisse bzw. - in der Terminologie positiver Ökonomik - sinnvolle Prognosen liefern, m.a.W., das Stabilitätsproblem "is intimately tied up with the problem of deriving fruitful theorems in comparative statics" ⁴⁾. Bereits diese Überlegungen machen deutlich, daß es vom modelltheoretischen Standpunkt interessant und wichtig ist, Ergebnisse der statischen Oligopoltheorie im breiteren dynamischen und stabilitätstheoretischen Zusammenhang zu relativieren.

1) Newman (1961), S. 12.

2) Samuelson (1971), S. 257 ff.

3) Negishi (1962), S. 637.

4) Samuelson (1971), S. 258, wo für dieses Resultat die Bezeichnung "correspondence principle" eingeführt wird.

(ii) Im weiteren sind einige Bemerkungen über den möglichen empirischen Bezug der hier behandelten Modellansätze zu machen. Wir gehen von der weithin akzeptierten Erkenntnis der neueren Wissenschaftstheorie aus, daß der empirische Gehalt eines theoretischen Systems mit dem Realitätsbezug seiner Annahmen steht und fällt.¹⁾ Hierbei ist zu beachten - und dies dürfte für die Oligopoltheorie in ganz besonderem Maße zutreffen -, daß sich Hypothesen häufig nur indirekt, d.h. unter Heranziehung der daraus abgeleiteten Schlußfolgerungen überprüfen lassen.²⁾ Die Betrachtung von Oligopolen in der Realität legt nahe, daß - falls eine Aussage in dieser Allgemeinheit überhaupt statthaft ist - instabile Entwicklungen der Aktionsparameter im Zeitablauf nicht die Regel sind. "As a matter of empiricism, firms typically live together in accord, in many cases with real prices tending to be relatively constant over long periods of time."³⁾ Die Instabilität verschiedener Modelle entspräche demnach nicht der Wirklichkeit, und man hätte gemäß der Logik positiver Ökonomik einige oder alle der traditionellen Annahmen auszutauschen "in order to secure a theoretical framework yielding predictions which conform roughly to economic experience"⁴⁾.

Nun darf - so richtig unseres Erachtens diese Bemerkungen im Grundanliegen sind - freilich erstens nicht übersehen werden, daß der Begriff der Stabilität, wie er hier verwendet wird, in starkem Maße auf die formalen Erfordernisse dieser Arbeit zugeschnitten ist und nicht unbesehen in die wirtschaftspolitische Wirklichkeit übertragen werden darf. Wir möchten zweitens nicht verkennen, daß die für unser Vorgehen typischen (da modelltheoretisch notwendigen) isolierten Annahmenvariationen für die Beschreibung realer Prozesse eine erhebliche Einschränkung darstellen müssen. Es dürfte schließlich drittens kaum zu bestreiten sein, daß oligopolistische Preisstarrkeiten im Rahmen der engen preistheoreti-

1) Wenn diese Aussage auch unmittelbar einleuchtet, so ist sie dennoch keineswegs trivial; vgl. etwa Nagel (1963), S. 211 ff.

2) Nagel (1963), S. 214.

3) Ferguson und Pfouts (1962), S. 223.

4) Ebenda, S. 224. Vgl. auch Machlup (1955), S. 4 f.

schen Betrachtungsweise allenfalls ansatzweise erklärt werden können.¹⁾

Wenn wir also - um zusammenzufassen - nicht den Schluß ziehen können, "that our model is stable just because the world is stable"²⁾, so glauben wir doch, daß die Berechtigung von Stabilitätsanalysen in ihrem heuristischen Wert liegt. Dies hat seinen Grund zum einen darin, daß die präzisere dynamische Formulierung des Oligopolproblems den Abstand zwischen Modell und Wirklichkeit deutlicher erkenntbar und in der hier vorgelegten geschlossenen methodischen Konzeption besser überschaubar macht, zum anderen möglicherweise dazu beiträgt, Ansatzpunkte für die Konzeption empirisch gehaltvollere Modelle zu finden.

Bevor wir uns dem bisher behandelten Oligopolmodell wieder zuwenden, ist noch eine formale Beschreibung einiger Überlegungen nötig. Im Anschluß an (2.17) ergeben sich folgende Gleichgewichts- und Stabilitätsbedingungen (die in ihrer formalen Struktur für alle Modelle dieser Arbeit gültig sind):

(2.18) (I) Existenz eines stationären Lösungsvektors:

$$\det (I - A) \neq 0.$$

(II) Nichtnegativität des stationären Lösungsvektors:

$$(I - A)^{-1}C \geq 0.$$

(III) Erwartungen = Tatsachen:

$$x_j^i(t) = x_j^* \quad i, j = 1, \dots, n \\ i \neq j.$$

(IV) Stabilität des Lösungsvektors:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X^* = (I - A)^{-1}C. \quad 3)$$

1) Vgl. Heertje I (1971), S. 202.

2) Newman (1961), S. 13.

3) Es wird sich zeigen, daß diese Bedingungen nicht voneinander unabhängig sind. Wir werden uns hauptsächlich mit den Bedingungen (I), (III) und (IV) befassen und zuweilen auf die Formulierung expliziter Nichtnegativitätskriterien verzichten.

2.1.1.5 Es kommt jetzt darauf an, die Kriterien in (2.18) (i) auf einfachere ökonomische Aussagen zu reduzieren und (ii) die Erfüllbarkeit bzw. Nichterfüllbarkeit dieser Bedingungen unter verschiedenen Annahmen zu prüfen.

Wir nehmen zunächst an, System (2.17) befinde sich in einem stationären Zustand, wobei $\underline{X} = (I-A)^{-1}C$ gilt. Anbieter i schätzt dann den Absatz von Anbieter j korrekt, denn

$$x_i(t) = x_i(t-1) = x_i^* = \text{const.}, \text{ so daß } \bar{x}_i^j(t) = x_i^*,$$

$$i, j = 1, \dots, n \quad i \neq j.$$

Es ist nun festzustellen, unter welchen Bedingungen ein stationärer Lösungsvektor existiert bzw. stabil ist. Wir benötigen zu diesem Zweck ein wichtiges mathematisches Ergebnis:

Theorem I: Sind alle Eigenwerte von Matrix A in (2.17) dem absoluten Betrag nach kleiner als 1, (i) so existiert der Lösungsvektor $(I-A)^{-1}C$.¹⁾ (ii) Dieselbe Voraussetzung ist notwendig und hinreichend dafür, daß die Lösung (global) stabil ist.

Der zentralen Bedeutung dieses Satzes wegen sei eine Beweisskizze angegeben. Teil (i): Die charakteristische Gleichung von A lautet $\det(A - \lambda I) = 0$, wobei die Werte λ die Eigenwerte von A bilden. $(I-A)^{-1}$ existiert genau dann, wenn $(A-I)$ regulär ist. Dies ist aber offenbar der Fall, wenn alle Eigenwerte von A dem Betrag nach kleiner als 1 sind.²⁾ Im übrigen ist diese Existenzbedingung nicht von der Symmetrieeigenschaft von A abhängig.

1) $(I-A)^{-1}C$ existiert natürlich genau dann, wenn $(I-A)^{-1}$ existiert.

2) Vgl. hierzu Goldberg (1968), S. 329, in anderem Anwendungszusammenhang.

Teil (ii): Es ist eine zu A ähnliche Diagonalmatrix zu bilden. Dies ist im Falle symmetrischer Matrizen immer möglich.¹⁾ Dann gilt $Q \Lambda Q^{-1} = A$, wobei die Spalten von Matrix Q die Eigenvektoren und die Elemente der Diagonalmatrix Λ die Eigenwerte von A darstellen. Es zeigt sich nun: Sind alle Eigenwerte von A, d.h. alle Diagonalelemente von Λ absolut genommen kleiner als 1, so konvergiert $A^t = Q \Lambda^t Q^{-1}$ mit wachsendem t gegen die Nullmatrix, und es gilt für (2.17): $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X^* = (I-A)^{-1}C$.

Wir gehen nun zur numerischen Ermittlung der Eigenwerte von A über. Die charakteristische Gleichung ergibt ausgeschrieben:

$$\det (A - \lambda I) = \begin{vmatrix} -\lambda - \frac{1}{2} & - & - & - \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\lambda & - & - \frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & - & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$(\lambda - 1/2)^{n-1} \left[\lambda + \frac{n-1}{2} \right] = 0.$$

Man erkennt, daß n-1 Eigenwerte den Wert 1/2 annehmen, während ein Eigenwert gleich -(n-1)/2 ist. Dies führt zu einigen interessanten Aussagen für das behandelte Modell:

a) Im Duopolfall existiert ein stabiler Gleichgewichtsvektor. Hier gilt nämlich

$$A^t = Q \begin{bmatrix} +(1/2)^t & 0 \\ 0 & -(1/2)^t \end{bmatrix} Q^{-1},$$

wonach $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X^*$.

1) Allen (1965), S. 470.

b) Im Falle von drei Anbietern ergibt sich (bei ungleichgewichtiger Ausgangssituation) eine endliche Oszillation¹⁾ des Systems um den Gleichgewichtsvektor. In diesem Fall gilt (vgl. Anhang, S.110):

$$A^t = 1/3(-1)^t \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{für } t=\infty.$$

Je nachdem, ob t gerade oder ungerade ist, nimmt A^t unterschiedliche Werte an. Dies führt zu den Schwingungen von System (2.17). Im Sinne der globalen Stabilität liegt hier instabiles Verhalten vor. Das Modell besitzt jedoch in diesem Fall "stability of the second kind"²⁾.

c) Bei vier und mehr Anbietern ist der Lösungsvektor von (2.17) instabil. Befindet sich das System im Ungleichgewicht, so entfernt es sich mit zunehmendem t immer weiter vom Gleichgewicht. (Dieser explodierende Verlauf ergibt sich formal daraus, daß ein Eigenwert von A absolut genommen größer als 1 ist.)

d) Die Stabilität von (2.17) ist von den Nachfrage- und Kostenparametern unabhängig. Man sieht dies daran, daß die entsprechenden Koeffizienten nicht in Matrix A eingehen.

Diese Ergebnisse - sie werden in verschiedenen neueren Arbeiten nachgewiesen³⁾ - gehen offenbar über das ausgeprägte Gleichgewichtsdanken Cournotscher Duopoltheorie, wie

1) Zur Terminologie siehe Goldberg (1968), S. 111.

2) Samuelson (1971), S. 262.

3) Theocharis (1959/60), der zu diesem Ergebnis über eine Differenzengleichung für einen Anbieter gelangt. Diese Gleichung ist jedoch mit formalen Ungenauigkeiten behaftet, auf die McManus und Quandt (1961) sowie McManus (1962) hingewiesen haben. Siehe auch Fisher (1961) und Telser (1972), S. 162.

sie in fast allen Lehrbüchern der Preistheorie verbreitet ist - hinaus. Eine differenziertere Betrachtungsweise des Gleichgewichtsproblems in unvollkommenen Märkten erscheint damit vom theoretischen Standpunkt aus geboten, ein Erfordernis, das durch den Einbau von allgemeineren Kostenfunktionen in das obige Modell noch klarer hervortritt.

2.1.2 Stabilitätseffekte variabler Grenzkosten

Wir erweitern die Kostenfunktion (2.5) um ein quadratisches Glied und gelangen damit zu dem folgenden allgemeineren Ausdruck:

$$(2.19) \quad K_i(t) = g_i + c_i x_i(t) + 1/2 dx_i(t)^2 \quad g_i \geq 0$$

$$i = 1, \dots, n.$$

Unter Beibehaltung der Annahmen (2.1) bis (2.4) und (2.7) kommt man dann zu folgender Gewinnfunktion:

$$(2.20) \quad \bar{G}_i(t) = x_i(t) \left[a - b(x_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1)) \right] - g_i - \\ - c_i x_i(t) - 1/2 dx_i(t)^2 \quad i = 1, \dots, n.$$

Im Gewinnmaximum gilt

$$(2.21) \quad (I) \quad a - (2b+d)x_i(t) - b \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) - c_i = 0$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$(II) \quad 2b + d > 0.$$

Zunächst muß die Konstante d eine sinnvolle Einschränkung erfahren: ¹⁾ Es sei innerhalb des betrachteten Intervalls

1) Die folgenden Ausführungen orientieren sich an Fisher (1961), S. 129 f.

(2.2) $d < 0$ ausgeschlossen. Würde man diese Annahme nicht machen, so könnte (wegen der Linearität der Grenzkostenfunktion) der Fall eintreten, daß mit wachsendem Output die Grenzkosten Null oder negativ werden, mit anderen Worten "that a greater output can be produced at the same cost as or more cheaply than a smaller one".¹⁾ Es genügt, wenn wir an beiden Enden des Intervalls (2.2) $d > 0$ fordern.²⁾ (Wegen der Linearität sind dann die Grenzkosten im gesamten Intervall > 0 .) Es gilt also

$$c_i + dx_i(t) > 0 \text{ für } \begin{cases} x_i(t) = 0 \\ x_i(t) = a/b \end{cases}$$

so daß (i) $c_i > 0$ und (ii) $d(a/b) > -c_i$.

Es wird nun behauptet: $d > -b$. Zum Nachweis nehme man an: $d \leq -b$. Multipliziert man beide Seiten dieser Ungleichung mit $a/b > 0$, ergibt sich $-a \geq d(a/b)$ und wegen (ii) $-a > -c_i$ oder $a < c_i$. Dies aber ist ein direkter Widerspruch zu (2.9), so daß tatsächlich gilt:

$$(2.22) \quad d > -b, \quad 3)$$

d.h. "marginal costs cannot decline as fast as price".⁴⁾

Im Anschluß an (2.21)(I) ergibt sich nun gegenüber (2.17), S. 22, folgendes allgemeinere dynamische System (vgl. Anhang, S. 111):

1) Fisher (1961), S. 129.

2) Der Fall $d = 0$ kann übergangen werden, da er in Abschnitt 2.1.1 behandelt wurde.

3) Zu einer alternativen ökonomischen Begründung "as a more meaningful basis" dieser Bedingung siehe Bishop (1962), S. 332 ff. Bishop weist nach, daß bei Nichtgültigkeit von (2.22) ein monopolistisches Gleichgewicht möglich ist. Vgl. auch Hahn (1962), S. 330, der eine entsprechende Bedingung in einem stetigen nichtlinearen Mengennoligopol ableitet.

4) Fisher (1961), S. 130.

$$(2.23) \quad X(t) = F^t X(0) + (I-F)^{-1} K,$$

wobei

$$F = [f_{ij}] \text{ mit } f_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = j \\ -b & \text{für } i \neq j \text{ und } K = \begin{bmatrix} a - c_i \\ 2b + d \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$i, j = 1, \dots, n.$$

Es gilt hier (wie im obigen Grundmodell), daß im stationären Fall korrekte Erwartungen über die Absatzmengen der Konkurrenten vorliegen.

Zur Prüfung von Existenz und Stabilität des Lösungsvektors $(I-F)^{-1}K$ bedienen wir uns eines Lemmas von Hosomatsu ¹⁾ in der Formulierung von Neudecker ²⁾:

Die Eigenwerte von F sind dann und nur dann dem absoluten Betrag nach kleiner als 1, wenn $\frac{-n\alpha}{1-\alpha} < 1$, wobei $\alpha := \frac{b}{2b+d}$ und $|\alpha| < 1$. ³⁾

In Verbindung mit Theorem I (S. 30) erhalten wir eine abweichende Stabilitätsbedingung gegenüber dem Ausgangsmodell:

Der Gleichgewichtsvektor $(I-F)^{-1}K$ existiert und ist genau dann stabil, wenn

$$(2.24) \quad b < \frac{d}{n-3} \quad 4).$$

1) Siehe Hosomatsu (1969), S. 119 ff.

2) Neudecker (1970), S. 447 f., wo sich ein etwas einfacher Beweis des Lemmas von Hosomatsu befindet.

3) $\alpha < 1$ ist erfüllt, da wegen (2.22) $d > -b$ gilt.

4) Vgl. auch Fisher (1961), S. 132 sowie McManus und Quandt (1961), S. 137.

Wir können daraus entnehmen, daß (i) Stabilität auch bei beliebig großer Anbieterzahl vorliegen kann, wenn die Grenzkosten genügend stark ansteigen. (ii) Es gilt umgekehrt auch hier, daß bei gegebener Steigung der Grenzkostenkurven eine zunehmende Anbieterzahl destabilisierend wirkt.¹⁾

2.1.3 Eine verallgemeinerte Hypothese autonomen Verhaltens

Es sei im folgenden kurz auf eine allgemeinere Hypothese autonomen Verhaltens, als sie bisher verwendet wurde, eingegangen. Wir wollen hier für den Duopolfall zeigen, daß diese problematische Hypothese in keiner Phase des dynamischen Ablaufs eine Planrealisierung möglich macht. Die Annahme lautet:

$$(2.25) \quad (I) \quad \bar{x}_1^2(t) = z_{21}x_1(t-1) \\ (II) \quad \bar{x}_2^1(t) = z_{12}x_2(t-1) \quad z_{21}, z_{12} \geq 0. \quad 2)$$

Dies besagt, daß Anbieter 1 (2) der Meinung ist, der Absatz von Anbieter 2 (1) in Periode t sei zum Absatz von Anbieter 2 (1) in Periode $t-1$ proportional; z_{12} und z_{21} sind die entsprechenden Proportionalitätsfaktoren.

Setzen wir $z_{12} = z_{21} = 1/2$, so ergeben sich unter Beibehaltung der Annahmen des Duopolmodells auf Seite 17 ff. die beiden folgenden Prozeßgleichungen für Anbieter 1 und 2 (vgl. Anhang, S. 111 f.):

- 1) Vgl. allerdings Ott II (1970), S. 154, der darauf hinweist, daß es sinnvoller ist, eine Abhängigkeit zwischen der Anbieterzahl und der Art der Grenzkostenverläufe anzunehmen.
- 2) Theocharis (1965), S. 356. Vgl. auch Hadar (1966), S. 59, wo diese Hypothese (mit $z_{ij} \geq 0$) im Rahmen eines heterogenen Mengenoligopols eingeführt wird.

$$(2.26) \quad (I) \quad x_1(t) = - 52,5 (1/4)^t + 27,5 (-1/4)^t + 40$$

$$(II) \quad x_2(t) = - 60 (1/4)^t + 40 (-1/4)^t + 40.$$

(Zur Entwicklung der einzelnen Größen vgl. Tabelle 2.)

Es zeigt sich, daß weder im evolutorischen noch im stationären Teil des Modells korrekte Erwartungen angestellt werden, es kommt nie zur Realisierung der Wirtschaftsplane der Duopolisten.

2.1.4 Weitere Verallgemeinerungen des Grundmodells

Das bisherige Modell ist insbesondere in folgender Hinsicht weiter verallgemeinert worden:

a) Es wurden die Stabilitätswirkungen variabler Anpassungsgeschwindigkeiten untersucht.¹⁾

b) Es wurde der Versuch unternommen, auf die Bekanntheit der Gesamtnachfragefunktion und der in Vorperioden abgesetzten Mengen zu verzichten: Jeder Anbieter kennt lediglich die zeitliche Entwicklung des realisierten Marktpreises. Stellt nun Anbieter i in Periode t fest, daß der von ihm prognostizierte Preis vom tatsächlichen Preis in $t-1$ abweicht, so führt er dies allein auf eine Fehleinschätzung des Konkurrenzabsatzes in $t-1$ zurück. (Dies wäre jedoch nur dann richtig, wenn die Vermutung über die Gesamtnachfragefunktion zuträfe.) Anbieter i nimmt dann mittels bestimmter Vermutungen über den Nachfragezusammenhang und anhand der tatsächlichen Preisentwicklung "posterior estimates" des Konkurrenzabsatzes in $t-1$ vor. Bezüglich dieses nachträglich ermittelten Absatzes wird Cournotsches Verhalten angenommen. Unter diesen Bedingungen wird bewiesen, daß ein stabiles Gleichgewicht existiert.²⁾

1) Fisher (1961), S. 127 ff. sowie McManus und Quandt (1961), S. 137 ff.

2) Hosomatsu (1969).

Tabelle 2

t	$x_1(t)$	$\bar{x}_1^c(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2^1(t)$	$p(t)$	$\bar{p}_1(t)$	$\bar{p}_2(t)$	$g_1(t)$	$\bar{g}_1(t)$	$g_2(t)$	$\bar{g}_2(t)$
0	15	-	20	-	65	-	-	975	-	1300	-
1	20	-	15	-	65	-	-	1300	-	975	-
2	38,44	10	37,97	7,5	23,57	54,06	52,03	906	2078	895	1976
3	38,75	19,22	38,63	18,99	22,62	42,26	42,15	877	1638	874	1628
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
∞	40	20	40	20	20	40	40	800	1600	800	1600

Das Gleichgewicht ist so beschaffen, daß sich die Preisprognosen der Anbieter erfüllen. Es zeichnet sich ferner durch einen konstanten Preis im Zeitablauf aus, und "each oligopolist will continue to realize his expected maximum profit at a constant production level" ¹⁾. Insoweit stimmt der Gleichgewichtsbegriff von Hosomatsu mit dem von uns verwendeten überein. Er ist jedoch insofern voraussetzungs-schwächer, als die Prognosen über den Absatz der Konkurrenten nicht notwendigerweise zutreffen. Der bei der Gewinnmaximierung dadurch begangene Fehler wird aber durch einen zweiten Fehler - nämlich die Fehleinschätzung der Gesamtnachfragefunktion - gerade kompensiert. Konkret ausgedrückt: In die (unzutreffende) subjektive Gesamtnachfragefunktion von Anbieter i geht eine falsche Prognose über den Konkurrenzabsatz ein. Anbieter i ermittelt im Zuge seines Gewinnmaximierungskalküls trotzdem genau diejenige Ausbringungsmenge, die er bestimmen würde, wenn er in die (ihm unbekannte) objektive Nachfragefunktion den (ihm unbekannten) korrekten Konkurrenzabsatz einbrächte.

Wir wollen - so diskussionswert diese Verallgemeinerungen auch sind - es bei diesen kurzen Bemerkungen belassen. Uns erscheint es zunächst interessanter, die Homogenitätsannahme und die Annahme der Mengenfixierung aufzugeben, was im folgenden Abschnitt geschehen soll. Im Rahmen des dort behandelten heterogenen Oligopols kann auch auf das Problem variabler Anpassungsgeschwindigkeiten eingegangen werden.

2.2 Heterogene Preisoligopole

Wir kommen nun zur Behandlung dynamischer Preisoligopole mit Produktdifferenzierung. ²⁾ Die Einbeziehung der Produktdifferenzierung erscheint gerechtfertigt "on the grounds of both theoretical interest and empirical relevance". ³⁾ Im folgenden Modell wird also der Sachverhalt berücksichtigt,

1) Hosomatsu (1969), S. 119.

2) Wir behandeln also keine Modelle vom Bertrand-Edgeworth-Typ.

3) Hadar (1966), S. 57. In dieser Arbeit wird - im Unterschied zu unserem Modell - Produktdifferenzierung bei Mengenstrategie angenommen.

daß es zu zahlreichen Produkten unterschiedliche Varianten in der Ausführung gibt; selbst bei sachlich gleichartigen Gütern können z.B. räumliche Entfernungen zu variablen Wertschätzungen führen.¹⁾ Zu betonen ist insbesondere auch der Aspekt der Markttransparenz: Informationslücken und damit verursachte Informationskosten sind zumindest temporär eine wichtige Ursache von Marktunvollkommenheiten.²⁾

Den Schwerpunkt der folgenden Untersuchungen bilden die Gleichgewichts- und Stabilitätseigenschaften heterogener Märkte. Dem diskreten³⁾ Modell wird die Hypothese autonomen Preisverhaltens der Konkurrenten zugrundegelegt.

Im Ausgangsmodell wird gezeigt, daß das Gleichgewichts- und Stabilitätsverhalten in starkem Maße von der Anbieterzahl sowie der Stärke der Nachfrageverbundenheit der Oligopolisten abhängig ist.

Dieses Modell wird in verschiedener Hinsicht erweitert.

(i) Wir machen zunächst einige Anmerkungen zu einem interessanten Ansatz, die genannten Problemkreise im Mehrproduktenoligopol zu untersuchen. Es werden (ii) allgemeinere Kostenfunktionen eingeführt und - ähnlich wie in Abschnitt 2.1 - deren Beiträge zur Stabilität des Modells geprüft. Schließlich untersuchen wir (iii) die stabilitätstheoretischen Implikationen variabler Anpassungsgeschwindigkeiten. Veränderliche Anpassungsgeschwindigkeiten werden vor allem in der makroökonomischen Totalanalyse ausgiebig angewendet, und es ist von einigem Interesse, sie in Modellen unvollkommener Märkte zu berücksichtigen.

Ein Anliegen dieses Abschnittes besteht auch darin, auf die enge Beziehung zwischen Gleichgewichts- und Stabilitätseigenschaften des "price game" hinzuweisen (vgl. S. 45 ff.).

1) Zu einer originellen Stabilitätsanalyse für den Duopolfall, bei der auf den raumwirtschaftlichen Aspekt abgestellt wird, siehe Hotelling (1929).

2) Vgl. hierzu Telser (1972), S. 146 f.

3) Zu einem stetig formulierten Modell dieses Typs vgl. vor allem Quandt (1967). Die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse entsprechen im übrigen weitgehend jenen im diskreten Modell, worauf noch genauer hinzuweisen sein wird.

Dieser Zusammenhang ist für den Fall der nichtnegativen Koeffizientenmatrix, mit der wir es zu tun haben werden, noch enger als in Abschnitt 2.1 und geht in seiner methodischen Bedeutung über das diskutierte Sachproblem hinaus. Wir versuchen, dies in einem kurzen Teilabschnitt zu belegen.

Abschließend sei darauf verwiesen, daß das folgende Modell für den Fall vieler Anbieter auch als dynamische Fassung eines Polypols auf unvollkommenem Markt verstanden werden kann.

2.2.1 Das Ausgangsmodell

2.2.1.1 Wir nehmen an, es seien n Firmen mit folgenden objektiven Preis-Absatz-Funktionen am Markt:

$$(2.27) \quad x_i(t) = a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} p_j(t) - b_{ii} p_i(t) \quad ^1)$$

$$a_i > 0, \quad b_{ij} > 0 \text{ für alle } i, j = 1, \dots, n.$$

Der Absatz $x_i(t)$ des Oligopolisten i in Periode t ist also eine lineare Funktion der Preise aller Anbieter in dieser Periode. Eigene Preissteigerungen wirken absatzsenkend, Preissteigerungen der Konkurrenten absatzerhöhend. Dies bedeutet, daß die Güter der n Firmen Substitute sind. Wir können die in (2.27) angegebene Nachfragebeziehung mit Selten auch als "vollsubstitutionale" Nachfrageverbundenheit bezeichnen.²⁾

- 1) Siehe auch Heertje (1962), S. 304, der die Preise p_i und p_j als "strategische" Preise bezeichnet; Heertje geht ferner davon aus, daß der Koeffizient a_i "von den nicht-strategischen Preisen und von den Konsumentenpräferenzen in bezug auf die nichtstrategischen Güter" abhängig ist. Zu einem alternativen Ansatz vgl. Seapley und Stubbs (1979). Sie begründen in ihrem (statischen) Modell eines heterogenen Oligopols die Nachfragestruktur mit nutzentheoretischen Überlegungen.
- 2) Selten (1970), S. 36. Selten prägt diesen Begriff allerdings für die monopolistische Mehrproduktunternehmung, seine Definitionen lassen sich jedoch ohne weiteres auf den Oligopolfall übertragen.

Um von den objektiven zu den subjektiven Preis-Absatz-Funktionen zu gelangen, bedarf es wieder einer Reaktionshypothese: Diese sei von der Form

$$(2.28) \quad \bar{p}_i^j(t) = p_i(t-1) \quad i, j = 1, \dots, n \quad i \neq j.$$

In Worten: Der Preis, den Anbieter j von Anbieter i in Periode t erwartet, ist gleich dem Preis, den Anbieter i in Periode $t-1$ gesetzt hat. Man bezeichnet diese Verhaltenshypothese auch als Cournotsche Preishypothese.

Aus (2.27) und (2.28) ergeben sich die subjektiven Preis-Absatz-Funktionen:

$$(2.29) \quad \bar{x}_i(t) = a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} p_j(t-1) - b_{ii} p_i(t) \quad i = 1, \dots, n.$$

Anders als in dem in Abschnitt 2.1 behandelten Mengenoligopol haben wir es hier bei den Kosten mit Erwartungsgrößen zu tun. Dies ergibt sich aus der Abhängigkeit der Kosten K_i von den abgesetzten Mengen, die ihrerseits Erwartungsgrößen sind. Wir erhalten

$$(2.30) \quad \bar{K}_i(t) = g_i + h_i \bar{x}_i(t) \quad g_i, h_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n.$$

2.2.1.2 Mittels (2.29) und (2.30) läßt sich der erwartete Periodengewinn von Anbieter i bestimmen:

$$\bar{G}_i(t) = \bar{x}_i(t) p_i(t) - \bar{K}_i(t) \quad i = 1, \dots, n.$$

Dies ergibt ausgeschrieben:

$$(2.31) \quad \bar{G}_i(t) = \left[a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} p_j(t-1) - b_{ii} p_i(t) \right] p_i(t) - g_i - h_i \left[a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} p_j(t-1) - b_{ii} p_i(t) \right] \\ i = 1, \dots, n.$$

Differenziert man den erwarteten Gewinn nach den Preisen, kommt man zu den beiden Maximumbedingungen

$$(2.32) \quad (I) \quad p_i(t) = \frac{a_i + \sum_{j=1}^n b_{ij} p_j(t-1) + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} \quad i = 1, \dots, n$$

$i \neq j.$

$$(II) \quad -2b_{ii} < 0.$$

Die zweite Bedingung ist wegen der Nebenbedingung in (2.27) erfüllt.

(2.32)(I) ergibt in Matrixnotation

$$(2.33) \quad P(t) = BP(t-1) + D,$$

wobei

$$B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \frac{b_{12}}{b_{11}} & \dots & \frac{b_{1n}}{b_{11}} \\ \frac{b_{21}}{b_{22}} & 0 & \dots & \frac{b_{2n}}{b_{22}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{b_{n1}}{b_{nn}} & \frac{b_{n2}}{b_{nn}} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und } D = \begin{bmatrix} \frac{a_1 + h_1 b_{11}}{2b_{11}} \\ \frac{a_2 + h_2 b_{22}}{2b_{22}} \\ \vdots \\ \frac{a_n + h_n b_{nn}}{2b_{nn}} \end{bmatrix}$$

Dieses System hat wegen (2.17) die Lösung

$$(2.34) \quad P(t) = B^t P(0) + (I - B^t)(I - B)^{-1} D.$$

2.2.1.3 Zur Weiterbehandlung von System (2.34) benötigen wir folgende Erweiterung von Theorem I:

Theorem II: Auch für den Fall einer beliebigen reellen, quadratischen Matrix M gilt: Genau dann, wenn alle Eigenwerte von M absolut genommen kleiner als 1 sind, konvergiert M^t mit wachsendem t gegen die Nullmatrix.

Der Beweis hierfür ist etwas umständlicher als der auf S. 30 f. skizzierte. Wir begnügen uns mit folgenden Hinweisen: (i) Alle Eigenwerte von M sind verschieden. Die Eigenvektoren sind in diesem Fall linear unabhängig. Damit ist eine Diagonalisierung von M möglich.¹⁾ Es gilt dann $M^t = Q \Lambda^t Q^{-1}$ analog zu den Ausführungen auf S. 30 f., und das Konvergenzverhalten von M hängt von den Eigenwerten von M ab. (ii) Einer oder mehrere Eigenwerte von M treten mehrfach auf. In diesem Fall ist eine Überführung von M in eine Diagonalmatrix nicht möglich, jedoch kann M durch Ähnlichkeitstransformation in die sogenannte Jordansche Normalform J überführt werden. Die Konvergenzeigenschaften von J^t und damit von M^t sind wiederum durch die Eigenwerte von M bestimmt.²⁾ Zusammenfassend kann man sagen, daß Fall (i) in ökonomischen Modellen von größerer Relevanz ist als Fall (ii). Aus einem Approximationssatz von Bellman folgt nämlich: Ist M eine Matrix mit mehrfach gleichen Eigenwerten, kann eine Matrix M' mit lauter verschiedenen Eigenwerten gebildet werden, wobei die Elemente von M' von den Elementen von M um einen beliebig kleinen Betrag abweichen. Ein derartiges M' wird in ökonomischen Modellen (infolge fehlerbehafteter Koeffizienten) im allgemeinen gegeben sein.³⁾

Aus obigem Theorem folgt für System (2.34): Sind alle Eigenwerte von B dem Betrag nach kleiner als 1, so gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = P^* = (I-B)^{-1}D. \quad 4)$$

Dieses Ergebnis bedarf einer wichtigen Ergänzung in Form von

Theorem III: Existiert für System (2.34) - ein System mit nichtnegativer quadratischer Koeffizientenmatrix B - ein stabiler Preisvektor $(I-B)^{-1}D$, so ist dieser Preisvektor

1) Lancaster (1968), S. 287.

2) Existenz hierzu bringen Faddejew und Faddejewa (1964), S. 141 ff.

3) Vgl. Lancaster (1968), S. 287.

4) Die Existenz von $(I-B)^{-1}D$ folgt aus Theorem I (i).

nichtnegativ.¹⁾

Dies läßt sich einfach beweisen: Annahmegemäß gilt

$P^* = (I-B)^{-1}D$. Unter dieser Voraussetzung kann man

$(I-B)^{-1} = \sum_{t=0}^{\infty} B^t = I + B + B^2 + \dots$ schreiben (vgl.S. 22).

Da die Elemente von Matrix B nichtnegativ sind, müssen auch die Potenzen von B und ihre Summe, d.h. $(I-B)^{-1}$ und damit P^* nichtnegativ sein.²⁾

2.2.1.4 Die interessante Tatsache, daß Stabilität und Nichtnegativität eines stationären Lösungsvektors im Falle nichtnegativer Matrizen eng miteinander verknüpft sind, wurde bereits von verschiedenen Autoren aufgezeigt, im allgemeinen mit komplizierten Beweismethoden und bezüglich anderer ökonomischer Zusammenhänge. Angesichts der über unser Sachproblem hinausweisenden methodischen Bedeutung dieser Beiträge mag die folgende krappe Zusammenstellung nützlich sein.

Man findet in der Literatur im wesentlichen drei Ansätze, die natürlich nicht die einzigen zu diesem Problemkreis und auch nicht voneinander unabhängig, aber m.E. besonders wichtig sind.

a) In einer interessanten Arbeit von Solow wird der genannte Zusammenhang m.W. zum erstenmal von methodischer Warte genauer analysiert.³⁾ Solow verwertet hierzu Ergebnisse von Hawkins und Simon⁴⁾ sowie Metzler⁵⁾. Erstere haben für ein statisches Leontief-System vom Typ $(I-M)Y = N$ (M = Matrix der Inputkoeffizienten, Y = Produktionsvektor und N = Endnachfragevektor) gezeigt, daß eine notwendige und hinrei-

1) Aus Abschnitt 2.2.1.4, Punkt a), S. 46, ergibt sich, daß Stabilität auch notwendig für Nichtnegativität ist.

2) Zu einem alternativen Beweis vgl. Telser (1972), S. 166 f.

3) Solow (1952)

4) Hawkins und Simon (1949)

5) Metzler (1950)

chende Bedingung für die Positivität der Lösung Y des Systems darin besteht, daß alle Hauptminoren von $(I-M)$ positiv sind, wobei $M, N > 0$.¹⁾ Dieses Ergebnis wird von Solow wie folgt erweitert: Sind alle Hauptminoren von $(I-M)$ positiv, und ist $M \geq 0$, so ist dies notwendig und hinreichend für nichtnegatives $(I-M)^{-1}$.²⁾ Die Metzlerschen Ergebnisse besagen, daß ein dynamisches System vom Typ $Y(t+1) - MY(t) = N$ dann und nur dann stabil ist, wenn alle Hauptminoren von $(I-M)$ positiv sind, und $M \geq 0$ ist.³⁾ Dieses Ergebnis wird für ein dynamisches Multiplikatormodell in der Außenwirtschaftstheorie abgeleitet (Y = Vektor des Volkseinkommens von n Ländern; die Elemente m_{ij} von M bezeichnen die marginale Konsumneigung, falls $i = j$ und die marginale Importneigung, falls $i \neq j$; N = Vektor der autonomen Ausgaben). Solow zeigt, daß man die Ergebnisse von Hawkins und Simon sowie Metzler im Sinne einer Äquivalenz von Stabilität und Nichtnegativität interpretieren kann.⁴⁾

b) Einen anderen approach, der zur Behandlung der hier untersuchten dynamischen Systeme geeignet ist, wählt McKenzie.⁵⁾ Er stellt den Formalbegriff der dominanten Diagonale einer Matrix⁶⁾ in den Mittelpunkt seiner Arbeit, wobei er allerdings das etwas allgemeinere Konzept der "quasidominanten" Diagonale⁷⁾ verschiedentlich benützt. Unter Verwendung dieser Begriffsbildungen leitet McKenzie zahlreiche Ergebnisse zu Existenz, Eindeutigkeit, Stabilität und Nichtnegativität der Lösungen substantiell verschiedener Wirtschaftsmodelle ab. Der Nachteil dieses Ansatzes für die Behandlung von Oligopolproblemen liegt darin, daß der Begriff der Quasidominanz umständlich zu interpretieren ist.

1) Hawkins und Simon (1949), S. 247.

2) Solow (1952), S. 31 f.

3) Metzler (1950), S. 339.

4) Solow (1952), S. 32.

5) McKenzie (1960); vgl. auch Nikaido (1968), S. 385 und Hadar (1965).

6) Eine Matrix M hat eine dominante Diagonale, wenn $|m_{jj}| > \sum_{i=1, i \neq j}^n |m_{ij}|$ für alle j gilt.

7) Zur Definition siehe McKenzie (1960), S. 48.

c) Ein dritter Ansatz bedient sich in gezielterer Weise als dies in den oben genannten Arbeiten der Fall ist, der Formaltheorie von Perron und Frobenius. Hierbei ist insbesondere auf Morishima zu verweisen, der einen Überblick über diese Ergebnisse mit zahlreichen Anwendungen aus der Theorie optimalen Wachstums bringt.¹⁾ Die Perron-Frobenius-Theorie ist Grundlage einiger weiterer mathematischer Ergebnisse, die wir im Laufe der Arbeit benötigen. Im übrigen setzen wichtige Teile die Eigenschaft der "Unzerlegbarkeit" einer Matrix²⁾ voraus, auf deren explizite Diskussion im Rahmen der hier behandelten Modelle verzichtet wird.

2.2.1.5 Es wurden in Abschnitt 2.2.1.3 Bedingungen für Stationarität, Nichtnegativität und Stabilität des Preisvektors im heterogenen Oligopol angegeben. Es ist nun zu prüfen, unter welchen Voraussetzungen die Anbieter ihre Wirtschaftspläne realisieren. Sollen erwartete und tatsächlich gesetzte Preise der Konkurrenten übereinstimmen, muß offenbar

$$(2.35) \quad \tilde{p}_i^j(t) = p_i(t-1) = p_i(t)$$

gelten. $p_i(t) = p_i(t-1)$ ist aber genau die Stationaritätsbedingung.

Wir können damit festhalten: Existiert für das Cournotsche Preisoligopol ein stationärer, nichtnegativer Preisvektor, dann ist dies ein Gleichgewichtsvektor. Dies bedeutet, daß uns Theorem II in Verbindung mit Theorem III Bedingungen für ein stabiles Gleichgewicht liefert.

Zur Formulierung dieser Bedingungen anhand der Modellkonstanten wird folgende Abschätzung der Eigenwerte der Nach-

1) Morishima (1964), S. 193 ff.

2) Zur Definition siehe Morishima (1964), S. 198.

fragestrukturmatrix B:

Theorem IV: Sind alle Spalten (Zeilen)summen einer quadratischen Matrix kleiner als 1 (wobei die absoluten Beträge der Elemente zu addieren sind), dann sind alle Eigenwerte von M absolut genommen kleiner als 1.¹⁾

Dieses Theorem kann elementar bewiesen werden: Sei λ ein beliebiger Eigenwert der (n, n) -Matrix M. Dann existiert ein Eigenvektor Z mit den Komponenten $z_1, \dots, z_n$, derart, daß $\lambda Z = MZ$, also

$$\lambda \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ m_{n1} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}.$$

Dies ergibt

$$\begin{aligned} \lambda z_1 &= \sum_{j=1}^n m_{1j} z_j \\ \vdots & \\ \lambda z_n &= \sum_{j=1}^n m_{nj} z_j. \end{aligned}$$

Bildet man die absoluten Beträge rechts und links vom Gleichheitszeichen, folgt

$$\begin{aligned} |\lambda z_1| &= \left| \sum_{j=1}^n m_{1j} z_j \right| \\ \vdots & \\ |\lambda z_n| &= \left| \sum_{j=1}^n m_{nj} z_j \right|. \end{aligned}$$

1) Alternative Stabilitätstests (Determinantenmethode, Tabellenform, Divisionsmethode) gehen von der charakteristischen Gleichung von M aus. Einen guten Überblick über die formalen Grundlagen gibt Jury (1964), S. 79-141.

Nun gilt bekanntlich: Der absolute Betrag eines Produktes ist gleich dem Produkt der absoluten Beträge der Faktoren, und der absolute Betrag einer Summe ist höchstens gleich der Summe der absoluten Beträge der Summanden. Damit gilt:

$$\begin{aligned} |\lambda| \begin{vmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{vmatrix} &\leq |m_{11}| |z_1| + |m_{12}| |z_2| + \dots + |m_{1n}| |z_n| \\ |\lambda| \begin{vmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{vmatrix} &\leq |m_{n1}| |z_1| + |m_{n2}| |z_2| + \dots + |m_{nn}| |z_n| \end{aligned}$$

Summiert man spaltenweise, ergibt sich

$$|\lambda| \left| \sum_{i=1}^n z_i \right| \leq |z_1| \sum_{i=1}^n |m_{i1}| + |z_2| \sum_{i=1}^n |m_{i2}| + \dots + |z_n| \sum_{i=1}^n |m_{in}|.$$

Nimmt man nun - wie vorausgesetzt - $\sum_{i=1}^n |m_{ij}| < 1$ für alle $j = 1, \dots, n$ an, so folgt

$$|\lambda| \sum_{i=1}^n |z_i| < |z_1| + |z_2| + \dots + |z_n|$$

oder

$$|\lambda| < 1.$$

Da die Eigenwerte der transponierten gleich jenen der ursprünglichen Matrix sind, gilt das obige Ergebnis auch für den Zeilensummenfall.

2.2.1.6 Theorem IV liefert in Verbindung mit Theorem II und III sowie (2.35) das folgende wichtige Ergebnis: Gilt

$$(2.36) \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} < 1 \quad i = 1, \dots, n,$$

dann besitzt das Preisoligopol ein stabiles Gleichgewicht.

Geht man davon aus, daß die Anbieter im Gleichgewicht ohne Verlust produzieren, muß wegen (2.31), S. 42, gelten:

$$\left[a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} p_j(t) - b_{ii} p_i(t) \right] [p_i(t) - h_i] \geq \varepsilon_i,$$

d.h. (i) der Preis darf nicht kleiner als die Grenzkosten sein - eine bekannte Bedingung -, (ii) die Sättigungsmengen a_i müssen genügend groß sein.¹⁾

Bevor wir an die Interpretation von Bedingung (2.36) gehen, treffen wir einige terminologische Festsetzungen: Der sich aus (2.27), S. 41, ergebende partielle Differentialquotient $\partial x_i(t) / \partial p_j(t)$ heiße direkte Preis-Abhängigkeit der Nachfrage, falls $i=j$ und Kreuz-Preis-Abhängigkeit der Nachfrage, falls $i \neq j$. Zuweilen empfiehlt es sich auch, in diesem Zusammenhang die alternativen Ausdrücke "unmittelbare" bzw. "mittelbare" Preiswirkungen zu verwenden.²⁾ Gilt ferner die Ungleichung

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} < b_{ii} \quad i = 1, \dots, n$$

- eine stärkere Bedingung als (2.36) - kann man von einem "berwiegen der unmittelbaren Preiswirkungen"³⁾ sprechen.

Wir kommen damit zu folgenden Ergebnissen:

a) Sind die Schwankungen der Nachfragemenge, die einen beliebigen Anbieter bei eigenen Preisvariationen treffen, wesentlich stärker als die Nachfrageschwankungen, die durch Preisvariationen der Konkurrenten bewirkt werden oder überwiegen die unmittelbaren Preiswirkungen, so besitzt das Oligopolspiel ein stabiles Gleichgewicht. Nehmen wir vereinfachend an, alle Kreuz-Preis-Abhängigkeiten der Nachfrage nach dem Produkt von Anbieter i seien gleich, d.h. $b_{ij} = b_i$ für alle j , dann gilt wegen (2.36)

1) Diese Annahme gilt für alle in dieser Arbeit behandelten Preisoligopole.

2) Selten (1970), S. 23.

3) Ebenda, S. 23f.

$$(n-1)b_{ii} < 2b_{ii} \quad i = 1, \dots, n. \quad 1)$$

b) Steigt ceteris paribus die Zahl der Anbieter, so beeinflusst dies die mögliche Realisierung stabiler Gleichgewichtspunkte. Dies zeigt sich daran, daß der Bruch in (2.36) wächst. Die ceteris-paribus-Annahme, d.h. die Annahme der Unabhängigkeit von Anbieterzahl und Kreuz-Preis-Abhängigkeiten ist allerdings nicht unbedenklich. Es erscheint plausibler, daß die Kreuz-Preis-Abhängigkeiten mit wachsender Anbieterzahl sinken. Dies ergibt sich auch aus den folgenden Bemerkungen.

c) Wir wollen prüfen, welcher Zusammenhang zwischen der Veränderung der Gesamtanfrage, Preisvariationen von Einzelanbietern und der Existenz von stabilen Gleichgewichtspunkten besteht. Hierbei wird gegeben (1.27) vereinfachend angenommen, daß alle b_{ij} gleich b sind. Dies bedeutet: Die direkte Preis-Abhängigkeit der Nachfrage ist bei allen Anbietern gleich. Wir definieren - von (2.27) ausgehend -

$$(2.37) \frac{\Delta x(t)}{\Delta p_j(t)} = \sum_{i=1}^n b_{ij} - b \quad j = 1, \dots, n$$

als partielle Preis-Abhängigkeit der Gesamtnachfrage (zur Ableitung siehe Anhang S.112f.). Sie gibt an, wie sich der Absatz aller Anbieter verändert, wenn der Preis eines Anbieters variiert ²⁾ und dient innerh. des Modells der b_{ij} -potenziellen Beschreibung von Reaktionsbewegungen. Man kann folgende Unterscheidung einführen:

$$\sum_{i=1}^n b_{ij} \gtrless b, \quad j = 1, \dots, n.$$

1) Diese Bedingung wird - ebenso wie unser Ergebnis b) - von Quandt (1967), S. 334, im Rahmen seines stetigen Modells abgeleitet. Auf die Effekte von Preiserwartungen des Typs $\bar{p}_i^j = p_i + \xi_i \dot{p}_i$,

wie sie Quandt in dieser Arbeit behandelt und Okuguchi (1968) modifiziert, sei an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Das Problem der Preisveränderungen wird uns in Kapitel 4 noch eingehend beschäftigen.

2) Auf das schwierige Problem der Aggregation der einzelnen Güter kann hier nur verwiesen werden.

Wir bezeichnen (i) $\sum_{j \neq i} b_{ij} = b$ als starre, (ii) $\sum_{j \neq i} b_{ij} < b$ als normale und (iii) $\sum_{j \neq i} b_{ij} > b$ als inverse Preis-Abhängigkeit der Gesamtnachfrage.

Man kann sich die einzelnen Fälle wie folgt vorstellen:
Fall (i) liegt vor, wenn der durch eine Preiserhöhung von Anbieter i bewirkte Absatzrückgang dieses Anbieters durch eine entsprechende Absatzerhöhung bei den Konkurrenten voll ausgeglichen wird. Dies mag dadurch bedingt sein, daß die von Anbieter i abgewanderte Nachfrage in vollem Umfang der Konkurrenz zufließt. Entsprechend können Preissenkungen interpretiert werden. Fall (ii) ist dann gegeben, wenn bei isolierten Preiserhöhungen von Anbieter i dessen Nachfragerückgang größer ist als der Nachfragezuwachs bei den Konkurrenten. Eine Erklärung wäre die, daß zwar ein Teil der Kunden von Anbieter i zur Konkurrenz überläuft, ein weiterer Teil aber aus dem entsprechenden Partialmarkt ausscheidet. Im Falle der Preissenkung hieße dies, daß dem Markt bisher nichtmobilisierte Käuferschichten erschlossen werden.¹⁾
Fall (iii) drückt aus, daß eine isolierte Preiserhöhung zu einem Steigen, eine isolierte Preissenkung zu einem Sinken der Gesamtnachfrage führt. Die Nachfragewanderungen verlaufen umgekehrt wie in Fall (ii). Eine Begründung liefern die bekannten mikroökonomischen Argumente für anomale Nachfrageverläufe, wie Prestige-Effekte oder falsches Qualitätsverständnis.²⁾

Wenden wir nun Theorem IV auf die Spaltensummen der vereinfachten Matrix B an, so ergibt sich die hinreichende Gleichgewichts- und Stabilitätsbedingung

$$\sum_{j \neq i}^n b_{ij} < 2b \quad i = 1, \dots, n.$$

- 1) Man beachte das schwierige Problem der Abgrenzung von Partialmärkten, auf das hier nicht weiter eingegangen werden kann.
- 2) Vgl. hierzu bereits Smithies (1942), S. 259 sowie v. Stackelberg (1938), S. 99, wo derartige Fälle diskutiert werden.

Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn die Nachfrageverhältnisse Fall (i) bzw. Fall (ii) entsprechen. Wir können damit als interessantes Resultat festhalten: Ist die Abhängigkeit der Gesamtnachfrage von isolierten Preisvariationen der Anbieter nicht invers, so ist das betrachtete Modell stabil.

2.2.1.7 Der Veranschaulichung des bisher Ausgeführten mögen die beiden nun folgenden numerischen Beispiele dienen.¹⁾ Am ersten Beispiel wird das stabile Verhalten eines Preisduopols bei Überwiegen der unmittelbaren Preiswirkungen gezeigt. Aus dem zweiten Beispiel ist zu entnehmen, daß Stabilität auch dann vorliegen kann, wenn bei einem Duopolisten die mittelbaren Preiswirkungen überwiegen.

Annahmen zum ersten Beispiel: Die Preis-Absatz-Funktionen sind von der Form

$$(2.38) \quad (I) \quad x_1(t) = 10 - 3p_1(t) + p_2(t)$$

$$(II) \quad x_2(t) = 20 + p_1(t) - 2p_2(t).$$

Es werden kostenlose Produktion und Cournotsche Preishypothesen unterstellt. Die Anfangspreise lauten $p_1(0) = 3$ und $p_2(0) = 5$. Die Entwicklung des Systems im Zeitablauf ist aus Tabelle 3 zu entnehmen (vgl. auch Anhang, S. 114).

Annahmen zum zweiten Beispiel: Die Preis-Absatz-Funktionen lauten:

$$(2.39) \quad (I) \quad x_1(t) = 10 - 1/2 p_1(t) + p_2(t)$$

$$(II) \quad x_2(t) = 20 + p_1(t) - 2p_2(t).$$

1) Vgl. auch Schneider I (1964), S. 66 ff., wo sich eine systematische und ausführlichere Zusammenstellung derartiger Zahlenbeispiele befindet.

Die Anfangswerte sind $p_1(0) = 12$, $p_1(1) = 16$, $p_2(0) = 4$, $p_2(1) = 6$; ansonsten werden die obigen Annahmen übernommen. Zum Verlauf der einzelnen Größen siehe Tabelle 4 (vgl. auch Anhang, S. 114).

2.2.2 Einige Bemerkungen zu einem Mehrproduktenmodell

In den bisher diskutierten Modellen wurde von der Annahme der Einproduktunternehmung ausgegangen. Diese Annahme stellt zweifellos eine Einschränkung dar, andererseits ist es nicht ganz unproblematisch, Modelle der Einproduktunternehmung direkt zu Mehrproduktenmodellen zu erweitern. Der Grund liegt nicht zuletzt darin, daß das Modell der Mehrproduktenunternehmung qualitativ neue Probleme mit sich bringt.¹⁾

Nach dieser Vorbemerkung wollen wir uns einem neuen oligopoltheoretischen Ansatz zuwenden, der gegenüber dem Ausgangsmodell das Mehrproduktenproblem berücksichtigt. Wir beziehen uns dabei auf die Arbeiten von Eichhorn (1971), wo eine statische Theorie des Mehrproduktenoligopols entwickelt wird und Eichhorn (1971/72), wo diese Theorie dynamisiert wird. Die Verallgemeinerungen, die diese Modelle mit sich bringen, beziehen sich insbesondere auf die Preis-Absatz-Funktionen, Kostenfunktionen und Verhaltenshypothesen des Ausgangsmodells. Eichhorn formuliert dann (unter Zugrundelegung periodischer Gewinnmaximierung der Oligopolisten) verschiedene Aussagen zu Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität von gleichgewichtigen Preisvektoren.²⁾ Wir verzichten hier auf eine genauere Wiedergabe dieses interessanten Modells und beschränken uns stattdessen auf einen kurzen Diskussionsbeitrag zum nachfragetheoretischen Teil, der möglicherweise eine Vereinfachung der Eichhornschen Theorie nahelegt.

1) Auf diesen Sachverhalt wird namentlich von Borchardt (1960), S. 32 ff., verwiesen.

2) Eichhorn (1971/72), S. 505 ff.

Tabelle 2

t	$p_1(t)$	$\bar{p}_1^2(t)$	$p_2(t)$	$\bar{p}_2^1(t)$	$x_1(t)$	$\bar{x}_1(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2(t)$	$g_1(t)$	$\bar{g}_1(t)$	$g_2(t)$	$\bar{g}_2(t)$
0	3	-	5	-	6	-	13	-	18	-	65	-
1	2,5	3	5,75	5	8,25	7,5	11	11,5	20,63	18,75	63,25	66,13
2	2,63	2,5	5,63	5,75	7,74	7,86	11,37	11,24	20,36	20,67	64,01	63,28
3	2,61	2,63	5,66	5,63	7,83	7,80	11,29	11,31	20,44	20,36	63,90	64,01
4	2,61	2,61	5,65	5,66	7,82	7,83	11,31	11,31	20,41	20,44	63,90	63,90
5	2,61	2,61	5,65	5,65	7,82	7,82	11,31	11,31	20,41	20,41	63,90	63,90
∞	2,61	2,61	5,65	5,65	7,82	7,82	11,31	11,31	20,41	20,41	63,90	63,90

Tabelle 4

t	$p_1(t)$	$\bar{p}_1^2(t)$	$p_2(t)$	$\bar{p}_2^1(t)$	$x_1(t)$	$\bar{x}_1(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2(t)$	$g_1(t)$	$\bar{g}_1(t)$	$g_2(t)$	$\bar{g}_2(t)$
0	12	-	4	-	8	-	24	-	96	-	96	-
1	16	-	6	-	8	-	24	-	128	-	144	-
2	18	16	8,5	6	9,5	7	21	19	171	126	178,5	161,5
3	19	18	9	8,5	9,5	9	21	20	180,5	171	189	180
4	19,5	19	9,5	9	9,88	9,25	20,25	19,75	192,66	180,38	195,01	190,19
∞	20	20	10	10	10	10	20	20	200	200	200	200

Wir geben zunächst die Eichhornschen Annahmen zur Preis-Absatz-Situation wieder.¹⁾

Die Menge der produzierten und abgesetzten Güter sei eindeutig der Menge der natürlichen Zahlen $\{1, \dots, k\}$ zugeordnet. Die Güter können also anhand der Zahlen von 1 bis k durchnummeriert werden. Anbieter i bietet die Güter an, die einer echten oder unechten Teilmenge $I_i \subset \{1, \dots, k\}$ entsprechen. (Beispiel: Bei zwei Anbietern und drei Gütern ist $I_1 = \{1, 2\}$ und $I_2 = \{2, 3\}$, d.h. der erste Anbieter bietet das erste und zweite Gut, der zweite Unternehmer das zweite und dritte Gut an.)

Die Preis-Absatz-Funktionen sind von der Form:

$$(2.40) \quad \underline{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n A^{ij} \underline{p}_j(t) + \underline{c}_i \quad i = 1, \dots, n. \quad 2)$$

Hierbei bezeichnet

$$\underline{x}_i(t) = [x_{ij}(t)] \quad j \in I_i; \quad i = 1, \dots, n$$

den Vektor der Absatzmengen des i -ten Anbieters,

$$\underline{p}_i(t) = [p_{ij}(t)] \quad j \in I_i, \quad i = 1, \dots, n$$

den Vektor der Preise dieses Anbieters und

$$\underline{p}_j(t) = [p_{j\sigma}(t)] \quad \sigma \in I_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ i \neq j$$

die Preisvektoren der Konkurrenten. Hinsichtlich der Kon-

1) Eichhorn (1971/72), S. 502 ff.

2) Zur Schreibregelung: Die verwendete Symbolik lehnt sich so weit wie möglich an Eichhorn an, versucht aber doch eine gewisse Kontinuität gegenüber der bisher benützten zu bewahren. Zur Vermeidung von Überschneidungen wird ein Teil der vorkommenden Vektoren durch Unterstreichungen gekennzeichnet. Diese Konvention gilt in dieser Arbeit nur für Abschnitt 2.2.2.

stanten Glieder wird angenommen: Der Vektor c_i der Sättigungsmengen ist positiv. Für die Matrizen

$$A^{ij} = \begin{bmatrix} a_{\rho\sigma}^{ij} \end{bmatrix} \quad \rho \in I_i, \quad \sigma \in I_j; \quad i, j = 1, \dots, n$$

gilt:

$$(I) \quad a_{\rho\rho}^{ii} < 0 \quad \rho \in I_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Dies bedeutet, daß eine Preiserhöhung beim ρ -ten Produkt des i -ten Anbieters einen Absatzrückgang bei diesem Gut zur Folge hat. Man spricht hier wieder (vgl. S. 50) von negativen "unmittelbaren Preiswirkungen" ¹⁾.

$$(II) \quad a_{\rho\sigma}^{ij} \geq 0 \quad \begin{array}{ll} \sigma \in I_j & \\ \rho \in I_i & \\ \rho = \sigma & \end{array} \quad \begin{array}{l} i, j = 1, \dots, n \\ i \neq j. \end{array}$$

Eine Preiserhöhung beim σ -ten Gut des j -ten Anbieters wirkt sich also auf den Absatz des ρ -ten Gutes beim i -ten Anbieter nicht dämpfend aus, wobei $\rho = \sigma$.

$$(III) \quad a_{\rho\sigma}^{ij} \begin{array}{l} \geq \\ \leq \end{array} 0 \quad \rho \in I_i; \quad \sigma \in I_j; \quad i, j = 1, \dots, n; \quad \rho \neq \sigma.$$

Die Wirkungen einer Preiserhöhung beim σ -ten Gut eines beliebigen Oligopolisten auf den Absatz des ρ -ten Gutes von Anbieter i sind zunächst unbestimmt. Gilt das $>$ -Zeichen, wird von substitutiven, gilt das $<$ -Zeichen von komplementären Gütern gesprochen. ²⁾

1) Eichhorn (1971/72), S. 504.

2) Die in der Preistheorie übliche Triffinsche Definition bezieht sich auf positive bzw. negative Kreuz-Preis-Elastizitäten. Es besteht jedoch zwischen den Vorzeichen der Kreuz-Preis-Elastizität und jenen der Kreuz-Preis-Abhängigkeit kein Unterschied.
Grund: $(\partial x_i / \partial p_{\rho\sigma}) / (x_i / p_{\rho\sigma})$ mit $i \neq j$ ist genau dann größer (kleiner) als Null, wenn $\partial x_i / \partial p_{\rho\sigma}$ größer (kleiner) als Null ist. Hiermit wird der Fall für die uninteressante Konstellation $p_{\rho\sigma} = 0$ bzw. $x_i = \infty$ ausgeschlossen.)

Die Beschreibung der Nachfrageseite des Eichhornschen Modells ist nun durch einige Hinweise zu ergänzen.

a) Beziehung (2.40) ist zwar eine Verallgemeinerung der Preis-Absatz-Funktion (2.27) des Einproduktenmodells, die Annahme der Konstanz dieser Funktion im Zeitablauf wird indes (implizit) beibehalten. Diese Annahme ist bei der Mehrproduktunternehmung problematischer als im Einproduktmodell. Es werden nicht nur gleichbleibende Nachfragegelegenheiten vorausgesetzt, sondern es entfällt auch die Möglichkeit, daß die Anbieter aktive Sortimentspolitik betreiben, d.h. ihren "Warenkorb" variieren. Produktvariation dürfte aber gerade für die Mehrgüterunternehmung typisch sein.¹⁾

b) Die Koeffizientenmatrix A^{ij} in (2.40) wird von Eichhorn mit zwei weiteren Nebenbedingungen belegt, die als "crucial assumptions" für die Gleichgewichts- und Stabilitätstheoretischen Theoreme einer genauer Interpretation bedürfen. Die Bedingungen lauten: 2)

$$(2.41) \quad 1/2 \sum_{\sigma \in I_i} |a_{\sigma\sigma}^{ii} + a_{\sigma\sigma}^{ii}| < |a_{\sigma\sigma}^{ii}| \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma \in I_i, \quad i = 1, \dots, n. \\ \sigma \neq \sigma \end{array} \right.$$

$$(2.42) \quad \sum_{\sigma \in I_i} |a_{\sigma\tau}^{ij}| < |a_{\sigma\sigma}^{ii}| \quad \sigma \in I_i, \quad \tau \in I_j$$

$$i, j = 1, \dots, n; \quad i \neq j.$$

Sind diese Bedingungen erfüllt, wird (in Verallgemeinerung der Definition von S. 50) von "überwiegenden unmittelbaren Preiswirkungen"³⁾ im Mehrproduktmodell gesprochen. Eine nähere Betrachtung zeigt, daß insbesondere Bedingung (2.42)

1) Vgl. Borchardt (1960), S. 45.

2) Eichhorn (1971/72), S. 504.

3) Ebenda, S. 504.

restriktiv ist, und daß die Bedingungen insgesamt weniger plausibel wirken als die entsprechenden Annahmen im Einproduktmodell.

Wir gehen davon aus, "daß $a_{\rho\sigma}^{ii}$ und $a_{\sigma\rho}^{ii}$... für festes i , ρ und σ jeweils gleiches Vorzeichen haben" ¹⁾. Dann besagt (2.41): Die (absolut genommenen) Wirkungen, die von einer Preiserhöhung ²⁾ des ρ -ten Gutes von Anbieter i auf den Absatz desselben Gutes ausgehen, sind größer als die halbierte Summe aller absolut genommenen "Kreuz-Preis-Wirkungen" (wenn man so den Einfluß bezeichnen will, den eine isolierte Preisänderung des ρ -ten Gutes auf den Absatz des σ -ten Gutes hat und umgekehrt). Bedingung (2.42) drückt aus: Die (absolut genommenen) Wirkungen einer Preiserhöhung des ρ -ten Gutes von Anbieter i auf den Absatz dieses Gutes sind größer als die Summe der (absolut genommenen) Absatzvariationen im Güterbündel von Anbieter i , die durch eine Veränderung eines bestimmten Preises eines Konkurrenten bewirkt werden. Diese Interpretation impliziert: "Ändert der i -te Anbieter den Preis des ρ -ten Gutes, so wirkt sich das auf seinen Absatz dieses ρ -ten Gutes sehr viel stärker aus als eine vergleichbare Preisänderung seines σ -ten Gutes ($\sigma \neq \rho$) oder irgendeines der von einem Konkurrenten angebotenen Güter" ³⁾.

Zwei Beispiele mögen diese allgemein gehaltenen Ausführungen verdeutlichen:

Beispiel zu Bedingung (2.41): Anbieter i produziert drei Güter. Dann ist die (absolut genommene) Wirkung einer isolierten Preisänderung von Gut 1 auf den Absatz von Gut 1 größer als die halbe Summe der folgenden (absolut genommenen) vier Wirkungen:

- Absatzänderung bei Gut 1, die von einer isolierten Preisänderung bei Gut 2 bewirkt wird.
- Absatzänderung bei Gut 1, die von einer isolierten Preisänderung bei Gut 3 ausgeht.

1) Eichhorn (1971/72), S. 504, mit etwas anderer Symbolik.

2) Wir gehen im folgenden immer davon aus, daß es sich bei den diskutierten Preisvariationen um kleine Preisänderungen gleichen Ausmaßes handelt.

3) Eichhorn (1971/72), S. 504.

- Absatzänderung bei Gut 2, die von einer isolierten Preisänderung bei Gut 1 ausgeht.
- Absatzänderung bei Gut 3, die durch eine isolierte Preisänderung bei Gut 1 bewirkt wird.

Beispiel zu Bedingung (2.42): Unternehmer i bietet die Güter 1 und 2, Unternehmer j ($j \neq i$) die Güter 2 und 3 an. Dann ist die (absolut genommene) Absatzänderung beim zweiten Gut von Anbieter i, die durch eine isolierte Preisänderung dieses Gutes bewirkt wird, größer als die Summe der beiden folgenden (absolut genommenen) Wirkungen:

- Absatzänderung beim ersten Gut von Anbieter i, die durch eine isolierte Änderung des Preises von Gut 2 des j-ten Anbieters bewirkt wird.
- Absatzänderung beim zweiten Gut von Anbieter i, die durch eine isolierte Preisänderung von Gut 2 des j-ten Anbieters ausgelöst wird.¹⁾

Das zweite Beispiel macht deutlich, daß Bedingung (2.42) vor allem dann problematisch ist, wenn sich die Güterbündel der Anbieter überschneiden, d.h. $I_i \cap I_j \neq \emptyset$. (Im Beispiel wird Gut 2 von beiden Unternehmern angeboten.) Interpretiert man diesen Fall so, daß Unternehmer i und Unternehmer j ein oder mehrere homogene Güter gemeinsam anbieten, so könnte Bedingung (2.42) allenfalls durch mangelnde Markttransparenz begründet werden. Da dies aber nur kurzfristig angenommen werden sollte, wäre es (gerade im Rahmen einer dynamischen Analyse) naheliegend, durch eine speziellere Fassung der Eichkornschen Theorie die genannten Überschneidungen auszuklammern. Auch so wird Bedingung (2.42) nur bei ausgeprägten Marktunvollkommenheiten erfüllt sein.

1) Für beide Beispiele wären natürlich wieder problematische Aggregationsfragen zu lösen.

2.2.3 Einführung variabler Grenzkosten

Wir kehren wieder zum Einproduktenmodell zurück und stellen folgende Frage: Welche Wirkungen haben variable Grenzkosten auf die Existenz von stabilen Gleichgewichtspunkten des Preisspiels? Da für die folgende Analyse die Verhaltenshypothesen (2.35), S. 47, Gültigkeit behalten und wegen Theorem I, S. 30, Theorem II, S. 43 und Theorem III, S. 44 f., die Stabilität eines stationären Lösungsvektors (im Falle einer nichtnegativen Koeffizientenmatrix) dessen Existenz und Nichtnegativität impliziert, genügt es, wenn wir uns im weiteren auf das Stabilitätsproblem konzentrieren. Mit anderen Worten: Können für das folgende Modell Stabilitätsbedingungen ermittelt werden, so sind dies gleichzeitig Gleichgewichtsbedingungen. Werden andererseits Instabilitätsbedingungen festgestellt, so heißt dies, daß auch kein "economically meaningful equilibrium" existiert.

Es gelte statt (2.30), S. 42, die folgende quadratische Kostenfunktion: ¹⁾

$$(2.43) \quad \bar{K}_i(t) = g_i + h_i \bar{x}_i(t) + (l_i/2) \bar{x}_i(t)^2 \quad i = 1, \dots, n, \\ g_i, h_i \geq 0.$$

Damit ergibt sich folgende Grenzkostenfunktion:

$$\bar{K}'_i(t) = h_i + l_i \bar{x}_i(t) \quad i = 1, \dots, n.$$

Man erhält für $l_i = 0$ konstante, $l_i > 0$ steigende und $l_i < 0$ fallende Grenzkosten. Für uns sind nur die beiden letzten Fälle von Interesse, da der erste Fall bereits im Ausgangsmodell abgehandelt wurde.

Unter sonst gleichen Annahmen wie in Abschnitt 2.2.1 ergibt

1) Zu einer weiter verallgemeinerten Kostenfunktion im diskreten Preismodell vgl. Okuguchi (1969), S. 244.

sich der erwartete Gewinn

$$\begin{aligned} \bar{G}_i(t) &= \left[a_i - b_{ii}p_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}p_j(t-1) \right] p_i(t) - g_i - \\ &- h_i \left[a_i - b_{ii}p_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}p_j(t-1) \right] - (l_i/2) \left[a_i - \right. \\ &- \left. b_{ii}p_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}p_j(t-1) \right]^2 \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Gewinnmaximierung führt zu den beiden Bedingungen:

$$\begin{aligned} (2.44) \quad (I) \quad a_i - 2b_{ii}p_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}p_j(t-1) + h_i b_{ii} + \\ + l_i b_{ii} \left[a_i - b_{ii}p_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}p_j(t-1) \right] = 0 \\ i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

$$(II) - 2b_{ii} - l_i b_{ii}^2 < 0.$$

Aus (2.44)(I) erhält man das folgende dynamische System:

$$\begin{aligned} (2.45) \quad p_i(t) &= \frac{(1+l_i b_{ii}) \sum_{j \neq i} b_{ij} p_j(t-1)}{b_{ii}(2+l_i b_{ii})} + \frac{a_i + b_{ii}(l_i a_i + h_i)}{b_{ii}(2+l_i b_{ii})} \\ i &= 1, \dots, n.^1) \end{aligned}$$

Dies führt in Matrixschreibweise zu:

$$(2.46) \quad P(t) = GP(t-1) + E,$$

wobei

1) Vgl. Quandt (1967), S. 333, Gleichung (5).

$$G := \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1+l_1 b_{11})b_{12}}{b_{11}(2+l_1 b_{11})} & \dots & \frac{(1+l_1 b_{11})b_{1n}}{b_{11}(2+l_1 b_{11})} \\ \frac{(1+l_2 b_{22})b_{21}}{b_{22}(2+l_2 b_{22})} & 0 & \dots & \frac{(1+l_2 b_{22})b_{2n}}{b_{22}(2+l_2 b_{22})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{(1+l_n b_{nn})b_{n1}}{b_{nn}(2+l_n b_{nn})} & \frac{(1+l_n b_{nn})b_{n2}}{b_{nn}(2+l_n b_{nn})} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

und

$$E := \begin{bmatrix} \frac{a_1 + b_{11}(l_1 a_1 + h_1)}{b_{11}(2+l_1 b_{11})} \\ \vdots \\ \frac{a_n + b_{nn}(l_n a_n + h_n)}{b_{nn}(2+l_n b_{nn})} \end{bmatrix}$$

Wir zeigen nun, daß steigende Grenzkosten tendenziell destabilisierend wirken ¹⁾ und formulieren zu diesem Zweck ein weiteres formales Ergebnis.

Theorem V: Es sei M eine nichtnegative quadratische Matrix.

(i) Sind alle Zeilensummen von M größer als 1, dann divergiert M^t mit wachsendem t. (ii) Ist M^t divergent, dann ist mindestens eine Zeilensumme größer als 1. ²⁾

1) Vgl. Quandt (1967), S. 334, der diesen Effekt im stetigen Modell nachweist sowie Okuguchi (1969), S. 246. Vgl. auch das intuitive Argument auf S. 71, Abschnitt b, dieser Arbeit.

2) Zu einer Beweisskizze von (i) siehe Gandolfo (1971), S. 132. Teil (ii) folgt aus den Theoremen II, S. 43 und IV, S. 48.

Es gelte die Bedingung

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} < 1 \quad i = 1, \dots, n.$$

Dies bedeutet (vgl. S. 49), daß das Modell im Falle konstanter Grenzkosten stabil ist. Bildet man die Zeilensummen von Matrix G, erhält man:

$$(2.47) \quad \frac{2(1+l_i b_{ii})}{2+l_i b_{ii}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} \quad i = 1, \dots, n.$$

Man sieht, daß diese Ausdrücke mit wachsendem l_i zunehmen. Die Anwendung von Theorem V auf System (2.46) führt damit zu einigen Schlußfolgerungen: (i) Ein genügend starkes Ansteigen der Grenzkostenkurven aller Anbieter kann die Destabilisierung eines im Falle linearer Kostenkurven stabilen Modells bewirken. Da der Bruch vor dem Summenzeichen mit wachsendem l_i gegen den Grenzwert 2 strebt, ist es aber auch möglich, daß bei stark überwiegenden unmittelbaren Preiswirkungen zunehmende Grenzkosten die Stabilität des Modells nicht gefährden. (ii) Eine notwendige Bedingung für die Destabilisierung eines im Falle konstanter Grenzkosten stabilen Modells besteht andererseits darin, daß bei mindestens einem Anbieter die Grenzkosten mit wachsendem Output genügend stark ansteigen.

2.2.4 Einführung variabler Anpassungsgeschwindigkeiten

Der folgende Abschnitt befaßt sich mit der Erörterung zweier Probleme, die in der Stabilitätstheorie dynamischer Marktmodelle von einiger Bedeutung sind: (i) Können geeignet gewählte Anpassungsgeschwindigkeiten stabilisierend wirken,

Mit anderen Worten, kann der instabile Bereich des Ausgangsmodells 2.2.1 durch variable Anpassungsgeschwindigkeiten in den stabilen Bereich überführt werden? (ii) Gibt es Anpassungsgeschwindigkeiten die destabilisierend wirken und damit den stabilen Bereich des Ausgangsmodells verengen?

Wir diskutieren diese Probleme für den n-Anbieter-Fall und zeigen in einem kurzen zweiten Schritt, daß sich der gewählte Anpassungsmechanismus im Duopolfall als eine Preis-erwartungs-Hypothese vom Arrow-Nerlove-Typ interpretieren läßt.

2.2.4.1 Zunächst ist der Anpassungsmechanismus zu definieren:

$$(2.48) \quad p_i(t) - p_i(t-1) = s_i [p_i^o(t) - p_i(t-1)] \quad 0 < s_i \leq 1 \\ i = 1, \dots, n. \quad ^1)$$

Hierbei bezeichnet $p_i^o(t)$ den Preis in (2.32)(I), S. 43, der den erwarteten Gewinn von Anbieter i maximiert [vgl. (2.31), S. 42] und $p_i(t)$ den vom i-ten Anbieter tatsächlich gesetzten Preis; die Konstante s_i ist die Anpassungsgeschwindigkeit des i-ten Unternehmers.

Der Anpassungsmechanismus ist wie folgt zu interpretieren: In Anbetracht der Tatsache, daß $p_i^o(t)$ nur ein vermuteter Optimalpreis ist, paßt sich der i-te Anbieter nicht voll an diesen Preis an, "but merely makes a partial adjustment" ²⁾ an $p_i^o(t)$, wobei er sich an der Differenz $p_i^o(t) - p_i(t-1)$ orientiert.

1) Vgl. hierzu die interessante ältere Arbeit von Smithies (1942), S. 266 f. Siehe auch Quandt (1967), S. 334 (wo dieser Mechanismus als diskretes Analogon zu dem untersuchten stetigen Anpassungsvorgang vorgeschlagen wird) sowie Okuguchi (1969), S. 245.

2) Smithies (1942), S. 266 f.

(2.48) ergibt in Matrixschreibweise:

$$(2.49) \quad P(t) - P(t-1) = S[P^0(t) - P(t-1)],$$

wobei

$$S := \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{bmatrix}$$

und

$$P^0(t) = BP(t-1) + D \quad [\text{vgl. (2.33), S. 41}].$$

Setzt man obigen Ausdruck in (2.49) ein, ergibt sich

$$P(t) - P(t-1) = S [BP(t-1) + D - P(t-1)]$$

oder

$$(2.50) \quad P(t) = (SB - S + I)P(t-1) + SD.$$

Anhand dieses Systems können wir nun zur Behandlung der eingangs genannten Probleme übergehen. Hierzu empfiehlt es sich, die Matrix der Anpassungsgeschwindigkeiten zu vereinfachen:

$$(2.51) \quad S = sI,$$

d.h. die Anpassungsgeschwindigkeiten seien für alle Unternehmer gleich. Ferner wird vereinfachend angenommen, daß Matrix B symmetrisch ist.¹⁾ Diese Einschränkungen erscheinen vertretbar, da das Problem der tendenziellen Wirkung variabler Anpassungsgeschwindigkeiten auch im Rahmen dieses voraussetzungsstärkeren Modells erörtert werden kann.

1) Dies hat zur Konsequenz, daß die Eigenwerte von B reell sind.

Es seien μ_k die Eigenwerte von $(SB - S + I)$. Dann gilt

$$(2.52) \quad \mu_k = s\lambda_k - s + 1 \quad k = 1, \dots, n,$$

wobei die λ_k 's die Eigenwerte von B sind. Wir behandeln zunächst das anfangs gestellte zweite Problem, das mit folgender Frage äquivalent ist. Ist es möglich, daß mindestens ein $|\mu_k| \geq 1$ ist, wenn alle $|\lambda_k| < 1$ sind? Die Frage wird für ein beliebiges $|\lambda_k| < 1$ geprüft. (2.52) ergibt:

$$|\mu_k| = |s\lambda_k + 1 - s| \leq |s\lambda_k| + |1 - s|$$

oder

$$(2.53) \quad |\mu_k| \leq s|\lambda_k| + 1 - s.$$

Ist nun $|\lambda_k| < 1$, dann gilt offensichtlich $|\mu_k| < 1$. Das eingangs gestellte Problem (i) führt zu der Frage: Ist es möglich, daß für ein beliebiges $|\lambda_k| \geq 1$ das zugehörige $|\mu_k| < 1$ ist? Man hat zwei Fälle zu unterscheiden.

Fall 1: $\lambda_k \geq 1$. Dann gilt in (2.53) das Gleichheitszeichen, da $s\lambda_k > 0$. Es ergibt sich $\mu_k = s(\lambda_k - 1) + 1$. Wegen $\lambda_k \geq 1$ ist der erste Summand nichtnegativ und damit $\mu_k \geq 1$. Fall 2: $\lambda_k \leq -1$. Es ist zu prüfen, ob in diesem Fall $-1 < s\lambda_k + 1 - s < 1$ oder $-2 < s(\lambda_k - 1) < 0$ möglich ist. Man sieht, daß die rechte Ungleichung erfüllt ist. Die linke Ungleichung ist bei gegebenem $\lambda_k < -1$ umso eher erfüllt, je kleiner s ist.

Wir kommen damit zu folgenden Ergebnissen: (i) Variable Anpassungsgeschwindigkeiten mit dem in (2.48) angegebenen Variationsbereich können ein stabiles Ausgangsmodell nicht destabilisieren. (ii) Andererseits können genügend kleine Anpassungsgeschwindigkeiten ein mit $S = I$ instabi-

1) Smithies (1942), S. 267.

les Modell stabilisieren.^{1) 2)}

2.2.4.2 Für den Duopolfall kann der obige Anpassungsmechanismus im Sinne einer Reaktionshypothese verstanden werden, die in der Literatur verschiedene Anwendungen in mikro- und makroökonomischen Zusammenhängen gefunden hat. (2.32)(1), S. 41, ergibt für den Duopolfall

$$(2.54) \quad p_i(t) = \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} p_j(t-1) + \frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} \quad i, j = 1, 2 \\ i \neq j.$$

$p_i(t)$ ist - wäre die Cournotsche Preishypothese korrekt - der optimale Preis des i -ten Anbieters in Periode t . Der bei beliebiger Reaktionshypothese realisierte Preis des i -ten Anbieters ist bestimmt durch:

$$(2.55) \quad p_i(t) = \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} \bar{p}_j^i(t) + \frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} \quad i, j = 1, 2 \\ i \neq j.$$

Setzt man (2.54) und (2.55) in (2.48), S. 66, ein, ergibt sich (siehe Anhang, S. 115):

$$(2.56) \quad \bar{p}_j^i(t) = \bar{p}_j^i(t-1) + s_i [p_j(t-1) - \bar{p}_j^i(t-1)] \quad i, j = 1, 2 \\ i \neq j.$$

1) Vgl. Smithies (1942), S. 268.

2) Zur Wirkung variabler Anpassungsgeschwindigkeiten in Kenn-genoligopolen siehe vor allem Fisher (1961), S. 127 ff. In dieser Arbeit wird nachgewiesen, daß ein diskreter Anpassungsprozeß unter bestimmten Bedingungen Stabilität gewährleistet, während dies bei stetigem Anpassungsprozeß immer der Fall ist.

Diese Form der Reaktionshypothese kann als "Arrow-Nerlove-Hypothese" bezeichnet werden.¹⁾ Sie drückt aus, daß der antizipierte Preis des Konkurrenten abhängig gemacht wird (i) vom erwarteten Preis des Konkurrenten in Periode $t-1$, (ii) von der Höhe der mit einem konstanten Faktor multiplizierten Abweichung des tatsächlichen vom prognostizierten Konkurrentenpreis in $t-1$. Dies heißt z.B.: Je stärker der tatsächliche den erwarteten Konkurrentenpreis in der Vorperiode übersteigt, umso höher ist die Preisprognose der gegenwärtigen Periode relativ zur Preisprognose der vergangenen Periode.

2.3 Vergleich zwischen Mengen- und Preisoligopolen

Wir geben im folgenden eine Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse, wobei besonders auf den Vergleich zwischen homogenen und heterogenen Märkten ²⁾ geachtet werden soll.

a) Es hat sich gezeigt, daß die Anbieterzahl eine wichtige, das Stabilitätsverhalten mitbestimmende Variable ist. Hierbei haben sich jedoch interessante Unterschiede zwischen homogenen und heterogenen Marktmodellen ergeben. Im homogenen Markt ist allein der Duopolfall stabil, während sich im heterogenen Markt auch bei beliebig vielen Anbietern Stabilität einstellt, vorausgesetzt, daß die Nachfrageverbundenheit schwach ist. Der Unterschied zwischen diesen Ergebnissen resultiert aus der Notwendigkeit "of postulating a more specific structure for the system in which the goods are im-

1) Arrow (1960), S. 11, wo diese Hypothese in einem anderen Preiszusammenhang und in stetiger Formulierung verwendet wird. Vgl. auch Meyer (1970), S. 295 f., wo die Arrow-Nerlove-Hypothese als Implikation des Fisherschen Anpassungsmechanismus im Mengenoligopol bezeichnet wird. Diese Aussage ist nicht ganz korrekt. Die Hypothese von Fisher gilt für das n -Anbieter-Modell und impliziert die Arrow-Nerlove-Hypothese nur im Duopolfall (vgl. Anhang, S. 115 f.).

2) Wir nehmen im folgenden immer an, daß im homogenen Oligopol Mengen- und im heterogenen Oligopol Preispolitik betrieben wird.

perfect substitutes" ¹⁾. Im homogenen Fall gehen die Parameter der Gesamtnachfragefunktion nicht in die Stabilitätsrelevante Matrix ein, während diese Matrix im heterogenen Fall durch eine differenzierte Nachfragestruktur bestimmt ist.

b) Wir erhielten das Ergebnis, daß konstante Grenzkosten sowohl im homogenen als auch im heterogenen Fall das Stabilitätsverhalten der Modelle nicht beeinflussen. Dies ist formal dadurch bedingt, daß die Parameter der linearen Kostenfunktionen nicht in Matrix A, S. 19, bzw. Matrix B, S. 43, eingehen.

Das Stabilitätsverhalten der Modelle wird hingegen von variablen Grenzkosten in nachhaltiger Weise beeinflusst. Hier ergab sich der merkwürdige Sachverhalt, daß steigende Grenzkosten dK/dx im homogenen Fall stabilisierend, im heterogenen Fall hingegen destabilisierend wirken. Diese Effekte finden für den Fall des Mengenduopols folgende intuitive Erklärung: Eine isolierte Absatzmengenänderung von Anbieter 1 bewirkt eine Parallelverschiebung der linearen Gesamtnachfragefunktion, der Anbieter 2 gegenübersteht. Die dadurch ausgelöste Absatzvariation von Anbieter 2, d.h. die Verschiebung des Cournotschen Punktes auf der Mengenachse ist umso kleiner, je steiler die Grenzkostenkurve des zweiten Anbieters verläuft. Umgekehrt verhält es sich mit der Verschiebung des Cournotschen Punktes auf der Preisachse. Diese ist umso kleiner, je flacher die Grenzkostenkurve verläuft. ²⁾

Eine interessante Analogie hierzu findet man in polypolistischen Marktmodellen unter dem Stichwort "statische Stabilität". Hier gilt bekanntlich für den Fall einer fallenden Nachfrage- und Angebotskurve: Das Gleichgewicht ist in der Mengenbetrachtung von Walras-Hicks ³⁾ stabil (instabil),

1) Telser (1972), S. 168.

2) Vgl. auch Quandt (1967), S. 334.

3) Walras (1926), S. 43 ff. und Hicks (1946), S. 325.

während es in Marshall'scher Preisbetrachtung ¹⁾ instabil (stabil) ist.²⁾ (Bei dieser Analogie darf freilich nicht übersehen werden, daß inhaltlich und formal kein eindeutiger Zusammenhang zwischen statischen und dynamischen Stabilitätsbedingungen besteht. Insbesondere wurde verschiedentlich nachgewiesen, daß die "Hickssche Stabilität" nur in Spezialfällen mit dynamischer Stabilität übereinstimmt.³⁾)

c) Schließlich konnte gezeigt werden, daß variable Anpassungsgeschwindigkeiten im heterogenen Oligopol unter bestimmten Voraussetzungen stabilisierend wirken, ein Ergebnis, das auch für Mengenoligopole Gültigkeit hat (vgl. Fußnote 2, S. 69). Auch dieses Ergebnis wird verständlich, wenn man überlegt, daß im Falle von Anpassungsgeschwindigkeiten, die kleiner als 1 sind, die Preis- bzw. Absatzmengenbewegungen verlangsamt werden.

Die obigen Ergebnisse wurden unter Zugrundelegung einer einfachen Erwartungsstruktur erzielt. Diese Vorgehensweise hat folgende Gründe: (i) Das überwiegende Interesse in der Literatur konzentriert sich auf die bisher diskutierten Fälle, so daß man bei einer kritischen Bestandsaufnahme daran nicht vorbeigehen kann. (ii) Es besteht Anlaß zu der Vermutung, daß gewisse Nachfrage- und Kosteneffekte auch bei Annahme komplizierterer Erwartungsstrukturen in tendenziell gleicher Weise auftreten (vgl. Kapitel 4). Daher erscheint es berechtigt, diese Effekte zunächst in einem einfachen Verhaltensmodell (mit erhöhten analytischen Möglichkeiten) zu untersuchen.

Diese Argumente bedeuten natürlich nicht, daß wir das bisher unterstellte Verhaltensmodell - bei allem heuristischen Wert, den es haben mag - für zufriedenstellend halten. Einige abwägende Bemerkungen im letzten Abschnitt dieses Kapitels sollen dies belegen.

¹ Marshall (1961), S. 807.

Vgl. auch Henderson und Quandt (1958), S. 110 ff.

² Zu den Einzelheiten siehe Negishi (1962), S. 641 ff. sowie Samuelson (1971), S. 269 ff.

2.4 Bemerkungen zur bisher angenommenen Erwartungsstruktur

a) Die Hypothese autonomen Verhaltens und insbesondere die Cournotsche Mengenhypothese für den Fall des homogenen Oligopols (speziell des Duopols) ist eine sehr restriktive Annahme. Gerade in dieser Marktform sollten sich die Anbieter ihrer wechselseitigen Abhängigkeit in besonderem Ausmaß bewußt sein. So überrascht es einigermaßen, wenn einige experimentelle Oligopolstudien von Fouraker und Siegel darauf hindeuten, daß sich die Spieler im Mengenduopol überwiegend dem Cournotschen Modell entsprechend verhalten.¹⁾

Sicherlich ist gegenüber diesen Ergebnissen Skepsis am Platze. Sie sind zum einen einer vereinfachten Laboratoriumssituation entnommen, ein Einwand, der jedoch meines Erachtens nicht grundlegend ist. Es kommt vielmehr darauf an, zu testen, ob die Resultate bei alternativer Versuchsanlage Gültigkeit behalten. Hier scheinen - und dies ist der zweite Einwand - neuere Versuche zum homogenen Preisduopol von Murphy die geäußerte Skepsis zu bestätigen.²⁾

Im Falle des heterogenen Oligopols und vor allem der monopolistischen Konkurrenz ist die Annahme autonomen Preisverhaltens möglicherweise weniger problematisch. Bei vielen Anbietern, die über die Nachfrage nur locker verbunden sind, kann der Marktüberblick (und - wegen zu hoher Informationskosten - das Bestreben ihn zu verbessern) so gering sein, daß die Unternehmer ihre u.U. geringfügigen Fehlbeurteilungen des Konkurrentenverhaltens nicht registrieren.³⁾

b) Eine scharfsinnige modellimmanente Kritik wird von

1) Fouraker und Siegel (1963), S. 131 f. Wir können diese Experimente hier nicht im einzelnen beschreiben. Zu einem kritischen Überblick über die Fouraker-Siegel-Experimente und zwei weitere Versuchsreihen (Hoggatt, Friedman) vgl. Friedman (1969).

2) Murphy (1972), S. 68 ff.

3) In ähnlichem Sinne äußert sich Möller (1962), S. 188, bereits über den Duopolfall.

Fellner geübt.¹⁾ Fellner weist für das Preis- und Mengenduopol darauf hin, daß die Unternehmer - solange sie sich nicht im Gleichgewicht befinden - ihre Pläne nicht realisieren. Aber selbst dann, wenn sie im Gleichgewicht sind, seien sie "right for the wrong reasons" ²⁾. Dies deshalb, weil Unternehmer A die Gleichgewichtsmenge (den Gleichgewichtspreis) nicht aufgrund einer autonomen Verhaltensweise realisiert, sondern deswegen, weil sein Maximierungskalkül unter Zugrundelegung autonomer Verhaltensweise von Unternehmer B gerade zu dieser Absatzmenge (diesem Preis) führt. Wir wollen zu dieser bekannten und in der Literatur immer wieder aufgegriffenen Kritik - die auch allgemeinere Verhaltenshypothesen einschließt - in Abschnitt 3.3 noch einige zusammenfassende Bemerkungen machen.

c) Es ist schließlich darauf hinzuweisen, daß das erhebliche theoretische Neuinteresse an Oligopolmodellen "klassischen" Typs nicht zuletzt darauf zurückzuführen ist, daß Cournotsche Gleichgewichte Spezialfälle nichtkooperativer spieltheoretischer Gleichgewichte im Sinne von Nash sind und damit die genannten Optimaleigenschaften aufweisen (vgl. S. 24).³⁾ Es handelt sich hierbei allerdings um eine rein statische Betrachtungsweise, in der das Problem der Eigenschaften von Anpassungsprozessen - das wir für zentral ansehen - offen bleibt.

1) Fellner (1949), S. 56 ff. und S. 86 ff. Die Fellnersche Kritik bezieht sich im wesentlichen auf das Duopolmodell, kommt jedoch auf S. 69 zu einer Verallgemeinerung auf den n-Anbieter-Fall: "On Cournot's assumptions the equilibrium is determined not merely for duopoly but for oligopoly with any number of sellers". Diese Aussage erscheint im Lichte der expliziten dynamischen Analyse in Abschnitt 2.1 dieser Arbeit problematisch.

2) Fellner (1949), S. 58.

3) Telser (1972), S. 131 ff., unterstreicht diesen Zusammenhang durch die Bezeichnung "Cournot-Nash-Theory".

3 Dynamische Oligopolmodelle mit konstanter konjekturaler Anpassung

Im nun folgenden Kapitel werden zwei Modelle unter Zurechnung konjekturaler Variation in dynamisierter Fassung diskutiert. Die bekannte statische Definition des konjekturalen Koeffizienten von Ragnar Frisch lautet:

$$\frac{\partial w_{il} w_{jm}}{\partial w_{jm} w_{il}} .$$

Dieser Koeffizient gibt - grob gesprochen - die prozentuale Änderung des l -ten Aktionsparameters von Anbieter i an, die Unternehmer j durch eine einprozentige Änderung seines m -ten Aktionsparameters zu verursachen glaubt.¹⁾

In den weiteren Ausführungen wird der konjekturale Koeffizient - ohne an seiner Grundaussage etwas zu verändern - in modifizierter Form verwendet. Es sei (i) nur auf das Verhältnis $\partial w_{il} / \partial w_{jm}$ abgestellt. Wir nehmen (ii) zwischen den Variablen w_{il} und w_{jm} einen lag von einer Periode an. Dies heißt konkret, daß mengen- bzw. preisbezogene Koeffizienten der Form

$$(3.1) \quad (I) \quad \frac{\partial \bar{x}_i^j(t)}{\partial x_j(t-1)}$$

$$(II) \quad \frac{\partial \bar{p}_i^j(t)}{\partial p_j(t-1)} \quad i, j = 1, \dots, n; \quad i \neq j$$

verwendet werden.²⁾

1) Frisch (1968), S. 26, mit etwas anderer Symbolik.

2) Bei den Reaktionshypothesen der Modelle in Kapitel 2 nahmen diese Ausdrücke den Wert 0 an.

Für die konjekturalen Koeffizienten der folgenden Modelle sind von Null verschiedene konstante Werte zugelassen. Dies bedeutet, daß der i -te Anbieter bei der Beurteilung des Konkurrentenverhaltens davon ausgeht, daß Anbieter j nicht autonom handelt, sondern sich der oligopolistischen Interdependenz bewußt ist. Diese Interdependenz wird durch konjekturale Mengen- bzw. Preisvariationen nach Sato und Nagatani beschrieben.¹⁾

In den Ausführungen dieses Kapitels geht es uns vor allem darum, zu prüfen, ob konjekturale Variation relativ zu autonomer Anpassung stabilisierend wirkt. Diese Frage ist für das Mengen- und Preismodell zu stellen. An einfachen Zahlenbeispielen sollen ferner die Gleichgewichtsauszahlungen bei Preis- und Mengenstrategie nach Sato und Nagatani mit entsprechenden Cournotschen Strategien verglichen werden. In einem letzten Abschnitt werden einige Kritikpunkte zur Hypothese konstanter konjekturaler Anpassung formuliert.

3.1 Stabilitätswirkungen konjekturaler Variation nach Sato und Nagatani im Mengenoligopol

3.1.1 Die Sato-Nagatani-Hypothese für das homogene Oligopol ist von der Form:

$$(3.2) \quad \bar{x}_j^i(t) = k_{ij} [x_i(t) - x_i(t-1)] + x_j(t-1) \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij} > -1^{2)} \\ i = 1, \dots, n.$$

- 1) Sato und Nagatani (1967), S. 409 ff. Alternative Möglichkeiten der Einbeziehung konjekturaler Variation in ein dynamisches Mengen- bzw. Preisduopol werden von Smithies und Savage (1940) sowie Schneider I (1964) diskutiert. Diese Autoren gehen davon aus, daß der Aktionsparameter, den Anbieter A von Anbieter B in Periode t erwartet, ein gewogenes arithmetisches Mittel der Aktionsparameter beider Anbieter in der Vorperiode ist.
- 2) Im Unterschied zu Sato und Nagatani (1966), S. 410, lassen wir für k_{ij} nur einen begrenzten negativen Bereich zu. Dieser ergibt sich aus der zweiten Gewinnmaximierungsbedingung.

Dies bedeutet: Plant der i -te Anbieter eine Output-Änderung von $x_i(t) - x_i(t-1)$, so erwartet er von jedem Konkurrenten eine proportionale Output-Änderung, wobei k_{ij} den konjekturalen Koeffizienten darstellt.¹⁾ Setzt man $k_{ij} = 0$, gelangt man offensichtlich wieder zur Cournotschen Mengenhypothese.

Unter Beibehaltung der Nachfrage- und Kostenbedingungen von Abschnitt 2.1.1²⁾ erhält man nach Einsetzen von (3.2) in (2.3), S. 15, als erwarteten Gewinn des i -ten Anbieters:

$$(3.3) \quad \bar{G}_i(t) = x_i(t) \left\{ a - b \left[x_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij} (x_i(t) - x_i(t-1)) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) \right] \right\} - c_i x_i(t) - g_i \quad i = 1, \dots, n.$$

Daraus ergeben sich die beiden Maximierungsbedingungen:

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \text{(I)} \quad & a - 2bx_i(t) - 2b \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij} x_i(t) + b \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij} x_i(t-1) - \\ & - b \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) - c_i = 0 \quad i = 1, \dots, n. \\ \text{(II)} \quad & - 2b(1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij}) < 0 \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Setzt man vereinfachend $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij} = : k_i$, so ergibt sich aus (3.4)(I)

- 1) Ein etwas problematischer Aspekt der Sato-Nagatani-Hypothese liegt m.E. in folgender Annahme: Anbieter i unterstellt Anbieter j , er antizipiere seine - i 's - Änderung des Aktionsparameters korrekt.
- 2) Während Sato und Nagatani (1966), S. 410, von allgemein formulierten Nachfrage- und Kostenbedingungen ausgehen, werden hier sofort die linearen Funktionen aus Abschnitt 2.1.1 verwendet. Dies hat den Vorteil, daß die Unterschiede von Modell 2.1.1 zum vorliegenden Modell - was die Gleichgewichts- und Stabilitätseigenschaften anbelangt - allein auf die Einführung konjekturaler Anpassung zurückgeführt werden können.

$$(3.5) \quad x_i(t) = \frac{a - c_i}{2b(1+k_i)} + x_i(t-1) \frac{k_i}{2(1+k_i)} - \\ - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) \frac{1}{2(1+k_i)} \quad i = 1, \dots, n.$$

Diese Gleichung läßt sich wie folgt als Matrizengleichung schreiben:

$$(3.6) \quad X(t) = TX(t-1) + L,$$

wobei

$$T = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{2(1+k_1)} & -\frac{1}{2(1+k_1)} & \dots & -\frac{1}{2(1+k_1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\frac{1}{2(1+k_n)} & -\frac{1}{2(1+k_n)} & \dots & \frac{k_n}{2(1+k_n)} \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} \frac{a-c_1}{2b(1+k_1)} \\ \vdots \\ \frac{a-c_n}{2b(1+k_n)} \end{bmatrix} \quad 1)$$

Die Lösung von (3.6) ist bestimmt durch (vgl. S. 22):

$$X(t) = T^t X(0) + (I - T^t)(I - T)^{-1} L.$$

3.1.2 Wir formulieren zunächst eine hinreichende Bedingung für Existenz und Stabilität des stationären Lösungsvektors $(I - T)^{-1}L$ und verwenden zu diesem Zweck die Theoreme I(i), S. 30, II, S. 43, IV, S. 48..

Fall (i): $k_i \geq 0$. Hier ergibt sich die Bedingung

$$(3.7) \quad k_i + 3 > n \quad i = 1, \dots, n, \quad 2)$$

da die Ungleichung

1) Vgl. Sato und Nagatani (1967), S. 411 f.

2) Für $k_i = 0$ ($i = 1, \dots, n$) kommt man zur Stabilitätsbedingung¹ in Abschnitt 2.1.1, S. 31.

$$\left| \frac{k_i}{2(1+k_i)} \right| + (n-1) \left| -\frac{1}{2(1+k_i)} \right| < 1 \quad \text{zu}$$

$$\frac{k_i}{2(1+k_i)} + \frac{n-1}{2(1+k_i)} < 1 \quad \text{und damit (3.7) f\"uhrt.}$$

$$\text{Fall (ii)} \quad -1 < k_i < 0 \qquad i = 1, \dots, n.$$

In diesem Fall liefert der Zeilensummensatz die Bedingung

$$(3.8) \quad n < 3 + 3 k_i \qquad i = 1, \dots, n,$$

$$\text{da} \quad \left| \frac{k_i}{2(1+k_i)} \right| = \frac{-k_i}{2(1+k_i)} \quad \text{und} \quad \left| \frac{-1}{2(1+k_i)} \right| = \frac{1}{2(1+k_i)} \quad \text{ist.} \quad 1)$$

Zur Ableitung einer notwendigen Stabilit\"atsbedingung ben\"otigen wir das folgende

Theorem VI: Die Summe der Eigenwerte einer beliebigen quadratischen Matrix M ist gleich der Spur von M , d.h. der Summe der Diagonalelemente.²⁾

Wenden wir diesen Satz auf Matrix T an, erhalten wir

$$(3.9) \quad \left| \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{2(1+k_i)} \right| < n$$

als notwendige Stabilit\"atsbedingung.

1) Vgl. Sato und Nagatani (1967), S. 412; Bedingung (15)(ii), die durch Bildung der Spaltensummen ermittelt wird.

2) Zum Beweis siehe Gandolfo (1971), S. 132-133.

Schließlich ist zu prüfen, ob im stationären Zustand die Absatzerwartungen der Anbieter realisiert werden. Die stationären Absatzmengen von System (3.6) sind durch die Komponenten des Vektors $(I - T)^{-1}L$ bestimmt. Aus (3.2) ergibt sich:

$$(3.10) \quad \bar{x}_j^i = k_{ij}(x_i - x_i) + x_j = x_j^* \quad i, j = 1, \dots, n \\ i \neq j.$$

Dies heißt, daß die Absatzmenge, die der i -te Anbieter vom j -ten Anbieter erwartet, der tatsächlichen Absatzmenge des j -ten Anbieters entspricht.

Anhand dieser Modellergebnisse soll nun untersucht werden, ob die Einführung konjekturaler Variation in Modell 2.1.1 stabilisierende oder destabilisierende Effekte hat.

a) Für den Fall $k_i \geq 0$ (d.h. für den Fall, bei dem die Summe der konjekturalen Koeffizienten eines bestimmten Anbieters nichtnegativ ist) ergibt sich aus der hinreichenden Bedingung (3.7): Im Gegensatz zum Cournot-Fall kann auch bei beliebig vielen Anbietern Systemstabilität vorliegen. Die Einführung konjekturaler Anpassung wirkt daher stabilisierend. Ein $k_i \geq 0$ läßt zu, daß einer oder mehrere konjekturale Koeffizienten k_{ij} negativ sind. Dies bedeutet: Selbst dann, wenn der i -te Anbieter von einem oder mehreren Konkurrenten gegenläufige Absatzbewegungen (relativ zu seinen eigenen) erwartet, kann bei genügend häufigen gleichgerichteten Absatzerwartungen Stabilität vorliegen.

b) Für den Fall $k_i < 0$ (wo überwiegende gegenläufige Reaktionen erwartet werden) verhält sich das Modell weniger stabil als Modell 2.1.1. Dies wird durch Bedingung (3.8) nahegelegt. Aus der notwendigen Stabilitätsbedingung (3.9) folgt, daß in diesem Fall selbst das Duopol instabil sein kann.

Zusammenfassend: "The more conscious the oligopolists are of their competitors' follow-ups, the more stable will be such an oligopolistic market. On the other hand, if one or more oligopolists feel that they can invade others (negative k_1), their behaviour tends to make stability of the whole market less likely." ¹⁾

3.1.3 Für das folgende numerische Beispiel nehmen wir vereinfachend kostenlose Produktion an und gehen von der Gesamtnachfragefunktion

$$p(t) = 100 - [x_1(t) + x_2(t)]$$

aus. Die Reaktionshypothesen seien von der Form:

$$\bar{x}_1^2(t) = [x_2(t) - x_2(t-1)] + x_1(t-1)$$

$$\bar{x}_2^1(t) = [x_1(t) - x_1(t-1)] + x_2(t-1).$$

Die Anfangswerte lauten $x_1(0) = 15$ und $x_2(0) = 20$.²⁾ Zur Entwicklung der einzelnen Größen vgl. Tabelle 5 (siehe auch Anhang, S. 116).

Eine vergleichende Betrachtung von Tabelle 1 und Tabelle 5 ergibt: (i) Bei dem gewählten Konjunkturalkoeffizienten dominiert die Mengenstrategie nach Sato und Nagatani die Cournotsche Mengenstrategie im Gleichgewicht, und zwar in dem Sinn, daß beide Duopolisten eine höhere Auszahlung erhalten. (ii) Für beide Strategien gilt ferner jeweils, daß die gleichgewichtigen Auszahlungen die ungleichgewichtigen Auszahlungen nicht dominieren. (iii) Die Gleichgewichtsauszahlung bei Mengenstrategie nach Sato und Nagatani entspricht im obigen Fall der Auszahlung bei "joint-profit-maximization".

1) Sato und Nagatani (1967), S. 412.

2) Diese Annahmen entsprechen den Annahmen zu Tabelle 1, S. 18 f.

Tabelle 2

t	$x_1(t)$	$\bar{x}_1^2(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2^1(t)$	$p(t)$	$\bar{p}_1(t)$	$\bar{p}_2(t)$	$g_1(t)$	$\bar{g}_1(t)$	$g_2(t)$	$\bar{g}_2(t)$
0	15	-	20	-	65	-	-	975	-	1300	-
1	20	17,5	22,5	25	57,5	55	60	1150	1100	1294	1350
2	22,5	21,25	23,75	25	53,75	52,5	55	1209	1181	1277	1306
3	23,75	23,13	24,38	25	51,87	51,25	52,49	1232	1217	1265	1280
4	24,38	24,06	24,69	25	50,93	50,62	51,25	1242	1234	1257	1265
5	24,69	24,53	24,84	25	50,47	50,31	50,63	1246	1242	1254	1258
⋮											
∞	25	25	25	25	50	50	50	1250	1250	1250	1250

3.2 Stabilitätswirkungen konjekturaler Variation im Preis-oligopol

3.2.1 Wir kommen zur Untersuchung der Sato-Nagatani-Hypothese bei Preisstrategie.¹⁾ Die Hypothese lautet:

$$(3.11) \quad \bar{p}_j^i(t) = r_{ij} [p_i(t) - p_i(t-1)] + p_j(t-1) \quad r_{ij} > 0 \quad 2)$$

$$i, j = 1, \dots, n; \quad i \neq j.$$

Dies heißt analog zum Mengenoligopol: Plant der i-te Anbieter eine Preisveränderung $\Delta p_i(t)$, so erwartet er von seinem Konkurrenten j eine proportionale Preisänderung, wobei die Proportionalitätskonstante r_{ij} den Konjekturalkoeffizienten darstellt.

Unter Beibehaltung der Preis-Absatz- und Kostenbedingungen von Modell 2.2.1 (S. 41 f.) erhält man die Gewinnfunktion:

$$(3.12) \quad \bar{G}_i(t) = \left\{ a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} \left[r_{ij} (p_i(t) - p_i(t-1)) + p_j(t-1) \right] - b_{ii} p_i(t) \right\} p_i(t) - g_i - h_i \left\{ a_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} \left[r_{ij} (p_i(t) - p_i(t-1)) + p_j(t-1) \right] - b_{ii} p_i(t) \right\} \quad i = 1, \dots, n.$$

Es ergeben sich die beiden Maximierungsbedingungen:

$$(3.13) \quad \text{(I)} \quad a_i + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij} p_i(t) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij} p_i(t-1) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} p_j(t-1) - 2b_{ii} p_i(t) - h_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij} + h_i b_{ii} = 0$$

$$\text{(II)} \quad 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij} - 2b_{ii} < 0 \quad i = 1, \dots, n.$$

- 1) Man beachte, daß Sato/Nagatani ihre Verhaltenshypothese für Mengenstrategie formuliert haben, und daß es sich hier um eine analoge Anwendung auf das Preisoligopol handelt.
- 2) Wir beschränken uns also hier auf die Betrachtung des positiven Wertebereiches.

Aus (3.13)(I) ergibt sich folgendes System von Preisgleichungen:

$$(3.14) \quad p_i(t) = \frac{\sum_{j \neq i} b_{ij} p_j(t-1) - \sum_{j \neq i} b_{ij} r_{ij} p_i(t-1) + a_i +}{2b_{ii} - 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij}} + \frac{h_i(b_{ii} - \sum_{j \neq i} b_{ij} r_{ij})}{2b_{ii} - 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij}} \quad i = 1, \dots, n.$$

Wir schreiben (3.14) in Matrixdarstellung:

$$(3.15) \quad P(t) = UP(t-1) + R.$$

Die stabilitätsrelevante Matrix U hat hierbei die Form:

$$U = \begin{bmatrix} \frac{-\sum_{j=1}^n b_{1j} r_{1j}}{2b_{11} - 2 \sum_{j=1}^n b_{1j} r_{1j}} & \dots & \frac{b_{1n}}{2b_{11} - 2 \sum_{j=1}^n b_{1j} r_{1j}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{b_{n1}}{2b_{nn} - 2 \sum_{j=1}^{n-1} b_{nj} r_{nj}} & \dots & \frac{-\sum_{j=1}^{n-1} b_{nj} r_{nj}}{2b_{nn} - 2 \sum_{j=1}^{n-1} b_{nj} r_{nj}} \end{bmatrix}$$

3.2.2 Wir wollen im Weiteren die Stabilitätseigenschaften dieses Modells diskutieren und dabei auf den Vergleich mit Modell 2.2.1 abstellen.

Eine hinreichende Bedingung für Existenz und Stabilität eines stationären Preisvektors von (3.15) läßt sich - analog zum Mengenmodell (vgl. S. 78) - anhand der Theoreme I(i), II und IV formulieren:

$$(3.16) \quad 3 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} r_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} < 2b_{ii} \quad i = 1, \dots, n.$$

Diese Bedingung ist wie folgt zu interpretieren:

a) Die Stabilitätseigenschaften des vorliegenden Modells sind umso besser, je kleiner die Konjunkturalkoeffizienten r_{ij} sind.

b) Ist ein heterogenes Oligopol mit konjekturaler Strategie im Sinne von Sato und Nagatani stabil, so ist auch das entsprechende Modell mit Cournotscher Preishypothese stabil. Grund: Ist Bedingung (3.16) erfüllt, so ist sie a fortiori für $r_{ij} = 0$ erfüllt. Ist $r_{ij} = 0$, erhält man aber Bedingung (2.36), S. 49.

c) Ist ein Modell mit Cournot-Hypothese stabil - im Sinne der Gültigkeit von (2.36) - so ist es möglich, daß dasselbe Modell mit Sato/Nagatani-Hypothese instabil ist. Grund: Für genügend große r_{ij} kann $\sum_{j \neq i} b_{ij} < 2b_{ii}$ und $3 \sum_{j \neq i} b_{ij} r_{ij} + \sum_{j \neq i} b_{ij} > 2b_{ii}$ (für alle $i = 1, \dots, n; i \neq j$) gelten. Letztere Ungleichung ist aber wegen Theorem V(i), S. 64, hinreichend für Instabilität.

Aus dem Obigen ergibt sich also, daß die Einbringung der Sato-Nagatani-Hypothese im Modell 2.2.1 dessen Stabilitätseigenschaften nicht verbessert.

3.2.3 Bei den folgenden Beispielen werden zur Nachfrage- und Kostensituation dieselben Annahmen gemacht wie in Tabelle 3, S. 53.

Wir geben zunächst ein Beispiel für Ergebnis c), wobei die Konjunkturalkoeffizienten $r_{12} = r_{21} = 3/2$ sind. Man erhält für die Entwicklung der tatsächlichen Preise die Werte in Tabelle 6. (Vgl. auch Anhang S. 116 f.) Der Verlauf der Variablen ist zyklisch explodierend.

Tabelle 6

t	$p_1(t)$	$p_2(t)$
0	3	5
1	3,5	15,5
2	6,75	0,25
3	0,13	25,75

Ein Vergleich von Cournotscher Preisstrategie und Preisstrategie nach Sato/Nagatani ergibt ferner: Es existieren Preiskonjekturen nach Sato/Nagatani, die im Gleichgewicht für beide Spieler zu höheren Auszahlungen führen als entsprechende Cournotsche Strategien. Man vergleiche hierzu Tabelle 7 (für die die Konjunkturalkoeffizienten $r_{12} = 1$ und $r_{21} = 1/2$ angenommen werden) mit Tabelle 3. (Zur Berechnung siehe Anhang, S. 117.)

3.3 Bemerkungen zur konstanten konjunkturalen Variation

Die Einführung konjunkturaler Variation in die Modelle von Kapitel 2 stellt insofern einen Fortschritt dar, als sie die oligopolistische Interdependenz in der Reaktionshypothese explizit zum Ausdruck bringt. Dies bedeutet einen Abbau an "psychologischer Asymmetrie", wie sie für Modelle mit autonomer Verhaltensweise typisch ist, "wenn man so die Gepflogenheit nennen will, anderen Menschen Reaktionsweisen und Erwartungen zu unterstellen, die man selber nicht als geschickt, besonnen, klug anerkennen würde" ¹⁾.

Wir sprechen deswegen nur von einer Verringerung und nicht einem Verschwinden psychologischer Asymmetrie, weil die Wahl der Reaktionshypothese willkürlich bleibt. Dies heißt,

1) Fels und Tintner (1972), S. 140.

Table 1.7

t	$p_1(t)$	$p_1^2(t)$	$p_2(t)$	$p_2^1(t)$	$x_1(t)$	$\bar{x}_1(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2(t)$	$G_1(t)$	$\bar{G}_1(t)$	$G_2(t)$	$\bar{G}_2(t)$
0	3	-	5	-	6	-	13	-	18	-	57	-
1	3	3,92	6,83	5	7,83	6	9,34	10,26	23,49	18	63,79	70,08
2	3,46	2,85	6,53	7,29	6,15	6,91	9,86	9,79	21,28	23,91	64,39	63,93
3	3,27	3,56	6,73	6,34	6,92	6,53	9,81	10,10	22,63	21,35	66,02	67,97
4	3,37	3,22	6,63	6,83	6,52	6,94	10,11	9,96	21,97	23,39	67,03	66,03
...												
...												
...												
∞	3 1/3	3 1/3	6 2/3	6 2/3	6 2/3	6 2/3	10	10	22 2/9	22 2/9	66 2/3	66 2/3

daß kein Erklärungsmodell zur Verhaltensannahme selbst geliefert wird: Die Firmen machen beliebige Annahmen darüber, wie der Konkurrent handelt, wenn die eigenen Aktionsparameter verändert werden. Namentlich Heertje hat auf diesen Mangel hingewiesen: "Indeed a definite solution (des Oligopolproblems, Anm. des Verf.) can only be reached at through a particular reaction hypothesis. But such a hypothesis should not be chosen arbitrarily, for the task of economic science is to explain the phenomena from the data." ¹⁾

Die willkürliche Wahl des Reaktionskoeffizienten hat - wie auch an obigen Zahlenbeispielen ersichtlich ist - im allgemeinen zur Folge, daß die erwarteten von den tatsächlichen Größen abweichen. Im Gleichgewicht hingegen gilt wieder (vgl. S.74), daß die Oligopolisten "right for the wrong reasons" sind.²⁾ Wir glauben nun, daß dieser Zustand für eine nichtkooperative Oligopolsituation nicht untypisch und daher kaum als entscheidender Mangel eines Oligopolmodells zu bewerten ist. Wir vermuten - angeregt durch einige Ergebnisse experimenteller Oligopolstudien -, daß die "right for the wrong reasons"-Konstellation in einem Oligopolspiel insofern einen tragbaren Zustand darstellt, als sich jeder Spieler in einer für ihn vorteilhaften Lage befindet. Dies deshalb, weil die Spieler ihre Erwartungen erfüllt sehen. Für ungleichgewichtige Situationen wird solange Ähnliches gelten, als die Diskrepanz zwischen Erwartungen und Tatsachen nicht wächst, also solange die Spielsituation stabil ist.³⁾ Bei instabilen Oligopolspielen allerdings ist zu erwarten, daß Kräfte freigesetzt werden, die zur Systemstabilisierung geeignet sind. Diese Kräfte können beispielsweise einem Lernprozeß, einem Prozeß der Informationsbeschaffung zugeführt werden. Die Informationsfrage - die

1) Heertje (1960), S. 464 f. Heertje führt das Verhaltensproblem hier auf das Problem der Machtstruktur im Oligopol zurück; diese wird jedoch nicht weiter begründet, sondern als exogene Variable betrachtet. Wenn der Heertjesche Ansatz das Problem auch nur wenig verschiebt, so glauben wir doch, daß sein Grundanliegen richtungsweisend ist.

2) Fellner (1949), S. 71 ff. und S. 91 ff.

3) Vgl. auch Theocharis (1965), S. 356.

sich damit stellt - und das Problem des Handelns unter Unsicherheit sind in oligopoltheoretischem Zusammenhang von so grundlegender Bedeutung ¹⁾, daß an dieser Stelle einige allgemeine Bemerkungen hierzu am Platze sind. Angesichts der Breite des Problems müssen wir uns jedoch auf knappe Hinweise beschränken.

Wir gehen davon aus, daß die Information (als Kostenfaktor) in Verbindung mit kurz- und längerfristigen Gewinnüberlegungen bzw. mit alternativen Investitions- und Finanzierungsstrategien gesehen werden muß. Von besonderem Interesse in diesem Zusammenhang sind die Unsicherheiten, die die Einführung neuer Produkte mit sich bringt. "If the innovation sells, it will yield a high return, and, if it does not, the the firm will be damaged more heavily than otherwise." ²⁾ Ein weiterer wichtiger Gesichtspunkt ist das Auftreten neuer Anbieter. Hier geht es zum einen um die Abschätzung der Auswirkungen, die zusätzliche Konkurrenten auf den Preis eines bestimmten Gutes haben. Telser weist darauf hin, daß es schwierig ist, "to give a rigorous analysis of the consequences of entry or exit for a group of firms producing competing products under oligopoly" ³⁾. Theoretisch eindeutige Ergebnisse lassen sich nur unter Zugrundelegung linearer Nachfragestrukturen formulieren. ⁴⁾ Einen Unsicherheitsfaktor stellt zum anderen der Marktzutritt potentieller Konkurrenten dar. ⁵⁾

In der systematischen Untersuchung der Zusammenhänge zwischen ökonomischer Zielerreichung und Informationsstruktur haben Marschak und Radner ⁶⁾ einen ersten wichtigen Schritt getan. Sie weisen für den Fall einer Gruppe von Wirtschaftssubjek-

1) Vgl. hierzu bereits Shubik (1952).

2) Shubik (1958), S. 177, wo dieser Fall von spieltheoretischer Warte analysiert wird.

3) Telser (1965), S. 425.

4) Ebenda, S. 425 ff.

5) In diesem Zusammenhang ist insbesondere die Theorie des "limit pricing" zu erwähnen: Die Oligopolisten suchen den Preis gerade so hoch anzusetzen, daß neue Anbieter am Marktzutritt gehindert werden; vgl. hierzu Osborne (1964).

6) Marschak und Radner (1972).

ten mit nicht divergierenden Interessen - eines sogenannten Teams - nach, daß unterschiedliche Informationsstrukturen eine unterschiedliche Zielerreichung bedingen. Das Problem wird indessen sehr viel komplexer, wenn divergierende Interessen - wie sie für Oligopol-situationen typisch sind - zugelassen werden. Hier ist bereits die Zielerreichung nicht mehr eindeutig definierbar, da schwierige Aggregationsprobleme auftreten. Die Theorie der Zwei-Personen-Nichtnullsummenspiele liefert immerhin einige Anhaltspunkte: Das Problem der Kommunikation, der Beschaffung von Informationen über Konkurrenzstrategien muß in sehr differenzierter Weise gesehen werden. Eine Verbesserung der Kommunikation wird sich häufig, jedoch nicht immer vorteilhaft auswirken. Kommunikation ist vor allem dann günstig zu beurteilen, wenn sich Spiele über längere Zeiträume erstrecken.¹⁾

Wir wollen diese allgemeinen Aspekte im letzten Kapitel unter einem ganz bestimmten Blickwinkel - nämlich dem Zusammenhang zwischen Informationsfluß, Lernverhalten und der dadurch bewirkten Revision der Erwartungsstruktur²⁾ - vertiefen. Oligopol-experimente haben folgendes ergeben: "When a large difference (zwischen erwartetem und realisiertem Nutzen, Anm. des Verf.) occurs, the bargainer may deviate from his game strategy under a profit maximizing motive."³⁾ In einem zeitlich begrenzten Subexperiment wird der Spieler die Ursachen zwischen "ex ante anticipated" und "ex post realized payoff" zu ergründen suchen.⁴⁾

1) Dies läßt sich an "prisoner's dilemma"-Spielen gut illustrieren. Vgl. Luce und Raiffa (1957), S. 88 ff. Weitere interessante Einzelheiten finden sich bei Davis (1972), S. 76 ff.

2) Auf die Problematik konstanter Erwartungsstrukturen hat bereits Erich Schneider nachdrücklich hingewiesen; vgl. Schneider I (1964), S. 79 und Schneider II (1964), S. 100 f.

3) Murphy (1972), S. 93.

4) Ebenda, S. 93.

4 Ein dynamisches Duopolmodell mit besonderer Berücksichtigung eines Lernprozesses der Anbieter ¹⁾

4.1 Lernprozesse in Oligopolmodellen: Einige allgemeine Bemerkungen

Im letzten Kapitel dieser Arbeit wird die Hypothese der konstanten Erwartungsstruktur aufgegeben und - solange sich der Markt im Ungleichgewicht befindet - durch eine von Periode zu Periode zu revidierende Erwartungsstruktur ersetzt. Die Veränderung der Erwartungsstruktur wird lerntheoretisch begründet.

Wir haben oben darauf verwiesen, daß experimentelle Oligopolstudien die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Lernprozessen unterstreichen und wollen im folgenden über einige weitere diesbezügliche Ergebnisse berichten. Man kann davon ausgehen, daß Erwartungsvariablen von "historical and background components which form a description of past events as needed for information feeding into the subjective estimation process" ²⁾ bestimmt werden. Im einzelnen wurden folgende Einflußfaktoren ermittelt: ³⁾

- Gewinn bzw. Verlust der Vorperiode,
- Umfang an "game experience", d.h. Zahl bereits verflüsselter Spielperioden,
- subjektive Einschätzung der Motive des Konkurrenten,
- Höhe des Vorperiodenpreises und
- die subjektive Einstellung und Kooperationsbereitschaft eines Anbieters.

Obwohl diese Komponenten empirisch ermittelt und statistisch getestet worden sind, darf wiederum nicht übersehen werden, daß es sich hier um "second-best"-Daten (Murphy) handelt, die einer einfachen und konstruierten Oligopolsituation

1) Der Verfasser hatte die Möglichkeit, wesentliche Teile der folgenden Ausführungen im Münchner "Wirtschaftswissenschaftlich-Mathematischen Kolloquium" vom 9. 2. 1971 vorzutragen. Für kritische Diskussion und wertvolle Anregungen sei den Teilnehmern gedankt.

2) Murphy (1972), S. 93.

3) Ebenda, S. 93.

entnommen wurden.¹⁾ Wir glauben trotzdem, daß diese Ergebnisse auch für komplexere Marktmodelle von Interesse sein können. Zum anderen werden hier Möglichkeiten aufgezeigt, wie man den Problemen oligopolistischer Interdependenz und Lernprozessen auf empirischem Wege näher kommen kann, und diese Möglichkeiten dürften bei weitem noch nicht ausgeschöpft sein.

Modelle, die explizite Änderungen der Erwartungsstruktur berücksichtigen, stellen in gewisser Weise einen Bruch mit traditionellen oligopoltheoretischen Ansätzen dar. Wir stimmen jedoch Heertje und Hirschfeld zu, wenn sie darauf verweisen, daß in zukünftigen oligopoltheoretischen Arbeiten beachtet werden muß, daß die Oligopolisten "changent à chaque instant leurs expectatives par rapport à leurs concurrents" ²⁾. Vornehmlich durch die Annahme, daß die Unternehmer während des Preisbildungsprozesses lernen und sich den ökonomischen Rahmenbedingungen immer wieder neu anpassen, kommt man zu einer "théorie plus réaliste" ³⁾.

Soweit man erkennen kann, gibt es bisher keinen Ansatz eines umfassenden, lerntheoretisch begründeten Oligopolmodells. Man darf allerdings nicht vergessen, daß "the task of specifying an exhaustive set of learning characteristics" ⁴⁾ beträchtlich ist. Dies nicht zuletzt deswegen, weil die Psychologie bis heute über keine geschlossene Lerntheorie verfügt.⁵⁾

1) Das zugrundeliegende Oligopolexperiment läßt sich wie folgt skizzieren: Zwei Spieler bieten ein standardisiertes Gut an. In jeder Runde kommt die niedrigere Preisforderung zum Zuge, wobei die Zahl der Runden unbekannt ist. Der Gewinn ist preisabhängig, der Verlierer zahlt einen festen Betrag. Bei gleicher Preisforderung wird der Gewinn zu gleichen Teilen aufgeteilt; zur genaueren Spielbeschreibung siehe Murphy (1972), S. 66 sowie Fouraker und Siegel (1963), S. 171 ff.

2) Heertje und Hirschfeld (1963), S. 45.

3) Ebenda, S. 46.

4) Murphy (1972), S. 65.

5) Vgl. Müller (1964), S. 118 ff. Siehe auch Berger (1970), dessen Arbeit die Problematik der Integration psychologischer Erkenntnisse in die Ökonomie besonders augenfällig demonstriert.

Das im folgenden zu diskutierende Partialmodell - welches keiner experimentellen Oligopol-situation entnommen ist, jedoch das Lernverhalten der Anbieter stark betont und somit den oben genannten Anforderungen entspricht - kann unter den genannten Rahmenbedingungen nur als erster Versuch gewertet werden.

Es werden zunächst einige Lernaxiome angegeben, denen das Duopolmodell genügen soll. Es läßt sich zeigen, daß ein enger Zusammenhang zwischen diesen Lernanforderungen und der Idee eines stabilen Gleichgewichts besteht. Zur weiteren Formulierung des Modells bedienen wir uns einer lerntheoretisch fundierten linearen Spezifikation der Reaktionshypothese. Wir lehnen uns in diesem lerntheoretischen Teil des Modells eng an Arbeiten von Ferguson sowie Ferguson/Pfouts an.¹⁾ Bei der gleichgewichts- und stabilitätstheoretischen Analyse des Modells wird jedoch ein eigener Weg eingeschlagen, da die Lösung der genannten Autoren in mancher Hinsicht problematisch ist.

4.2 Die Lernaxiome von Ferguson und Pfouts ²⁾

Es wird für jeden Duopolisten eine Lernregel L_i ($i = 1, 2$) mit den folgenden Eigenschaften angenommen:

Die Anwendung der Lernregel auf den Preis, den der i -te Anbieter vom j -ten Anbieter in Periode t erwartet, führe zum erwarteten Preis in Periode $t+1$:

$$(4.1) \quad L_i \bar{p}_j^i(t) = \bar{p}_j^i(t+1) \quad i, j = 1, 2; \quad i \neq j.$$

1) Ferguson (1959) sowie Ferguson und Pfouts (1962). Oligopolmodelle, die Lernprozesse explizit berücksichtigen, sind im übrigen in der Literatur spärlich vertreten. Neben der bereits mehrfach zitierten Arbeit von Murphy (1972) ist auf Suppes und Carls Smith (1962) zu verweisen.

2) Ferguson und Pfouts (1962), S. 228 f.

Das Lernverhalten ergibt sich aus dem periodischen Zufluß an Information über die Aktionen des Konkurrenten. Dieser Informationsstrom versetzt den jeweiligen Anbieter in die Lage, seine Verhaltenshypothese in einem "feedback mechanism" ¹⁾ dem neuesten Informationsstand anzupassen.

Sind auch die beiden nachfolgenden Anforderungen erfüllt, so wird die Lernregel der Klasse der "admissible rules" ²⁾ zugeordnet:

$$(4.2) \quad L_i^{(m)} \bar{p}_j^i(t) = \bar{p}_j^i(t+m) = p_j^* \quad i, j = 1, 2; \quad i \neq j$$

$$m = 1, 2, \dots$$

Dies besagt: Eine m-malige Anwendung der Lernregel auf den erwarteten Preis des Konkurrenten führe zu einer richtigen Preisschätzung. Mit anderen Worten: Die Revision der Erwartungen "continues either indefinitely or until the reactions of the rival to many different situations have furnished the entrepreneur so much information that his anticipations for each ensuing period are realized within some probability limit." ³⁾

$$(4.3) \quad L_i^{(s)} p_j^* = p_j^*.$$

Diese letzte Bedingung drückt aus, daß eine weitere s-malige Anwendung der Lernregel auf den korrekt geschätzten Konkurrentenpreis auch in weiteren Perioden zu richtigen Preisschätzungen führt.

Die Forderung, daß eine Annäherung an den Gleichgewichtszustand zu einer Gewinnerhöhung der Duopolisten führt ⁴⁾, wird

1) Ferguson und Pfouts (1962), S. 225, mit weiteren Ausführungen zum informationstheoretischen und psychologischen Hintergrund des Modells.

2) Ebenda, S. 228.

3) Ebenda, S. 225.

4) Ebenda, S. 229.

durch das folgende Modell nicht notwendig erfüllt (vgl. numerische Beispiele, S.104ff). Da die hier verwendete Gleichgewichtsdefinition weit genug ist, auch Gegenbeispiele zuzulassen, kann auf diese Annahme verzichtet werden. Dennoch ist zu betonen, daß im Gleichgewicht eine (isolierte) Preisänderung eine Gewinnminderung zur Folge hat¹⁾, ein Merkmal dem Gleichgewichtskonzept von Nash.

Der so charakterisierte Lernprozeß steht in enger Beziehung zu einer stabilen Gleichgewichtssituation: (i) Ein stabiler Gleichgewichtsvektor hat die Eigenschaft, daß sich die erwarteten den tatsächlichen Größen annähern und schließlich mit diesen übereinstimmen. Dieser Sachverhalt kommt in dem Lernaxiom (4.2) zum Ausdruck. (ii) Ein Gleichgewichtsvektor zeichnet sich ferner dadurch aus, daß er stationär ist. Schätzt also der i-te Anbieter den Preis des j-ten Anbieters korrekt, so geschieht dies (bei allen in dieser Arbeit unterstellten Reaktionshypothesen) auch in darauffolgenden Perioden. Dies aber ist der Inhalt von Bedingung (4.3).²⁾

4.3 Einführung einer linearen Lernregel

Das obige Lernmodell soll nun eine lineare Approximation erfahren. Da es im folgenden auf die gleichgewichts- und stabilitätstheoretischen Implikationen einer lerntheoretisch fundierten Verhaltenshypothese ankommen wird, können wir wieder die Annahmen zur Nachfrage- und Kostenseite aus Abschnitt 2.2.1 übernehmen.

Die Verhaltenshypothese wird zunächst als Gleichgewichtsmodell des Typs

$$(4.4) \quad \bar{p}_j^i(t) = \bar{d}_i(t) + e_i p_i(t-1) \quad e_i > 0, \quad i, j = 1, 2$$

1) Ferguson und Pfouts (1962), S. 229.

2) Vgl. auch Murphy (1972), S. 71, wo dieser Zusammenhang experimentell geprüft wird: "When the learning phase is over, a more stable state or equilibrium behavior is presumably attained".

geschrieben. Sie drückt aus: Der Preis, den der i -te Anbieter vom j -ten Anbieter in Periode t erwartet, ist vom Preis den i -ten Anbieters in Periode $t-1$ abhängig.¹⁾

Die Originalität dieser Beziehung beruht auf folgender Interpretation: Stellt sich heraus, daß die nach obiger Regel durchgeführte Preisschätzung falsch war, d.h., daß der von Anbieter j gesetzte Preis mit dem von Anbieter i erwarteten Preis nicht übereinstimmt, so wählt der i -te Anbieter für Periode $t+1$ den Achsenabschnitt d_i in Beziehung (4.4), der in Periode t zu einer richtigen Schätzung geführt hätte. Dies heißt: Jeder Duopolist ändert seine Schätzggleichung, wenn er feststellt, daß sie zu falschen Ergebnissen führt. Dies entspricht dem allgemeinen Lernaxiom (4.1). Die Schätzggleichung "embodies learning behavior, for each entrepreneur perceives a new response pattern when he revises his intercept or slope to accommodate for what he has observed"²⁾. Bei den bislang verwendeten Verhaltenshypothesen (autonomes Verhalten und konstante konjekturale Variation) konnte von einem Lernverhalten in diesem Sinne nicht gesprochen werden. Diese Hypothesen hatten gemeinsam, daß trotz Feststellung der Fehlbeurteilung des Konkurrentenverhaltens an ihnen festgehalten wurde.

Die Preisschätzung in Beziehung (4.4) wird als "intercept-adaption" bezeichnet. Auch andere Anpassungsmechanismen sind denkbar, so etwa die "slope-adaption" als permanente Revision des Steigungskoeffizienten oder schließlich eine Kombination beider Möglichkeiten.³⁾ Es wird hier darauf verzichtet, die beiden letztgenannten Verfahren in die Analyse miteinzubringen, da sie formal sehr viel schwieriger zu behandeln sind.⁴⁾ Der vorgeführte Lernmechanismus ist zweifellos sehr einfach strukturiert, "perhaps naively simple"⁵⁾.

1) Ferguson und Pfouts (1962), S. 230.

2) Ebenda, S. 230.

3) Ebenda, S. 230. Vgl. auch Hadar (1968), S. 447 f., der eine allgemeinere Fassung (mit Einbeziehung beliebig vieler Parameter) des hier untersuchten Anpassungsvorganges vorschlägt.

4) Es treten nichtlineare Systeme von Differenzengleichungen auf, für die keine allgemeinen Lösungsverfahren verfügbar sind.

Ferguson und Pfouts (1962), S. 231.

Trotzdem stellt er m.E. eine interessante Bereicherung der bisherigen Erwartungsstrukturen dar, da er dem Lernvorgang der Duopolisten explizit Rechnung trägt.

Die "intercept-adaption" führt zu folgender Beziehung:

$$(4.5) \quad \bar{d}_i(t+1) = d_i(t) = p_j(t) - e_i p_i(t-1) \quad i, j = 1, 2; i \neq j.$$

Setzt man (4.5) in (4.4) ein, gelangt man zu

$$(4.6) \quad \bar{p}_j^i(t) = p_j(t-1) + e_i [p_i(t-1) - p_i(t-2)]$$
$$i, j = 1, 2; i \neq j.$$

Dieser Ausdruck ist mit der Schätzgleichung (4.4) äquivalent und genügt damit Axiom (4.1), d.h. er liefert ein lerntheoretisch fundiertes Verfahren, das den Übergang von einer Preisschätzung in Periode t zu einer Preisschätzung in Periode $t+1$ ermöglicht.

Es gilt nun aber zu prüfen, inwieweit die Regeln (4.6) bzw. (4.4) den weiteren Lernaxiomen entsprechen oder der Klasse der "admissible rules" zuzuordnen sind. Dies aber entspricht - wie gezeigt - der Frage nach dem Vorliegen eines stabilen Gleichgewichts. Diesem Problemkreis wollen wir uns nun zuwenden.¹⁾

4.4 Gleichgewichts- und Stabilitätskriterien

4.4.1 Es sind zunächst über die Annahme der Gewinnmaximierung die optimalen Preise zu ermitteln. Wir wollen - im Gegensatz zu Ferguson und Pfouts, die den Gewinn über eine

1) Das methodische Vorgehen ist also so zu verstehen, daß zunächst Bedingungen ermittelt werden, die einen Lernprozeß ermöglichen, die Existenz des Lernvorganges wird ex post festgestellt. Auch ein ex ante-Vorgehen wäre möglich. Man hätte unter Hinzuziehung weiterer Modellannahmen zu zeigen, daß die obige Erwartungsstruktur allen Lernaxiomen entspricht, die in Abschnitt 4.2 aufgestellt wurden.

Spanne von drei Perioden maximieren ¹⁾, eine Einperioden-Gewinnmaximierung vornehmen. Dies erscheint aus folgenden Gründen gerechtfertigt: (i) Unsere Art des Vorgehens ist mit der hier angewandten Periodisierung konsistent. (ii) Die Gewinnmaximierung über eine Periode widerspricht dem Wesen des oben dargestellten Lernvorganges nicht. Man kann dies wie folgt begründen: Der disponierende Anbieter beachtet nicht, daß sein Preis in Periode t den Konkurrentenpreis in zukünftigen Perioden beeinflußt: Er versucht vielmehr, sich in jeder Periode dem erwarteten Preis des Konkurrenten günstigst anzupassen. Stellt er fest, daß sich seine Erwartungen nicht realisieren, so revidiert er seine Schätzgleichung für die folgende Periode. (iii) Die Stabilitätsanalyse im Drei-Perioden-Modell ist erheblich komplizierter als jene im Ein-Perioden-Modell.²⁾

Setzt man die Reaktionshypothese (4.6) in die Preis-Absatz-Funktion (2.27), S. 41, erhält man unter Berücksichtigung der Kostenfunktion (2.30), S. 42, als Beziehung für den er-

- 1) Ferguson und Pfouts (1962), S. 231 ff. Der Grundgedanke ist der, daß die Verhaltensannahme (4.6) einen Einfluß des i -ten Anbieters auf zukünftige Preise des j -ten Anbieters nahelegt. Die zukünftigen Preise des j -ten Anbieters beeinflussen jedoch ihrerseits zukünftige Gewinne des i -ten Unternehmers.
- 2) Die einfach aussehenden Stabilitätsbedingungen von Ferguson und Pfouts (1962), S. 234-35, sind problematisch. Dies beruht (i) auf der ungewöhnlichen Art der Drei-Perioden-Gewinnmaximierung, deren sich die genannten Autoren bedienen und dem daraus resultierenden dynamischen System (13), S. 232. Ferner sind (ii) die hinreichenden Stabilitätsbedingungen und damit die daran anschließende ökonomische Interpretation nicht korrekt. Diese Bedingungen besagen, daß eine Matrix M gegen 0 konvergiert bzw. ein zugeordnetes dynamisches System stabil ist, wenn für jedes Matrixelement

$\left| \frac{\xi_{ji}}{\mu_{ij}} \right| < \left(\frac{1}{n!} \right)^{\frac{1}{n}}$ gilt [Formel (21), S. 234], wobei die Elemente aus hier nicht weiter interessierenden Gründen in Bruchform geschrieben werden und n die Ordnung der Matrix bezeichnet. Gegenbeispiel:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Wie man leicht nachrechnet, ist ein Eigenwert von M größer als 1, obwohl alle Elemente kleiner als $1/2\sqrt{2}$ sind.

warteten Gewinn:

$$(4.7) \quad \bar{G}_i(t) = p_i(t) \left\{ a_i - b_{ii}p_i(t) + b_{ij} \left[p_j(t-1) + e_i (p_i(t-1) - p_i(t-2)) \right] \right\} - g_i - h_i \left\{ a_i - b_{ii}p_i(t) + b_{ij} \left[p_j(t-1) + e_i (p_i(t-1) - p_i(t-2)) \right] \right\} \quad i, j = 1, 2; i \neq j.$$

Die erste Bedingung für das Gewinnmaximum führt nach einer Umformung zu:

$$(4.8) \quad p_i(t) = \frac{b_{ij}e_i}{2b_{ii}} p_i(t-1) + \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} p_j(t-1) - \frac{b_{ij}e_i}{2b_{ii}} p_i(t-2) + \frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} \quad i, j = 1, 2; i \neq j.$$

Die zweite Maximierungsbedingung führt zu $-2b_{ii} < 0$ und ist wegen der Nebenbedingung in (2.27), S. 41, erfüllt.

4.4.2 Für die Behandlung des Gleichungssystems (4.8) bieten sich zwei Möglichkeiten an: (i) Man kann versuchen, die vorliegenden Differenzengleichungen in zwei Variablen in Gleichungen in einer Variablen zu überführen. Dieser Weg erweist sich jedoch als unpraktisch. (ii) Einen eleganteren Weg liefert die Möglichkeit der Überführung von (4.8) in die sogenannte Normalform: Es ist möglich, ein Differenzengleichungssystem beliebig hoher Ordnung und in beliebig vielen Variablen ohne Beschränkung der Allgemeinheit in ein System erster Ordnung zu überführen.¹⁾

Um (4.8) in die Normalform zu bringen, sind folgende Substitutionen nötig:

$$(4.9) \quad u(t) := p_1(t-1) \text{ und } v(t) := p_2(t-1).$$

1) Vgl. Samuelson (1971), S. 386 ff.

Setzt man (4.9) in (4.8) ein, kommt man zu folgender Matrixgleichung (siehe Anhang, S. 117):

$$(4.10) \quad P(t) = VP(t-1) + H,$$

wobei

$$V = \begin{bmatrix} \frac{b_{12}e_1}{2b_{11}} & \frac{b_{12}}{2b_{11}} & -\frac{b_{12}e_1}{2b_{11}} & 0 \\ \frac{b_{21}}{2b_{22}} & \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}} & 0 & -\frac{b_{21}e_2}{2b_{22}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(t) := \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \frac{a_1 + h_1 b_{11}}{2b_{11}} \\ \frac{a_2 + h_2 b_{22}}{2b_{22}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Es zeigt sich, daß System (4.10) dieselbe Formalstruktur wie alle früher behandelten Modelle hat. Damit bleiben im wesentlichen alle bisher aufgezeigten formalen Ergebnisse anwendbar.

4.4.3 Zur Prüfung von Gleichgewicht und Stabilität können wir zunächst feststellen, daß ein einmal erreichter stationärer Preisvektor zu korrekten Schätzungen des Konkurrenz-

tenpreises führt. Wegen (4.6) gilt:

$$(4.11) \quad \bar{p}_j^i(t) = p_j^* - e_i [p_i^* - p_i^*] = p_j^* \quad i, j = 1, 2; i \neq j.$$

Wir formulieren als nächstes eine Nichtnegativitätsbedingung für die Lösung $P^* = (I-V)^{-1}H$ von System (4.10). H ist wegen der Nebenbedingungen in (2.27), S. 41, und (2.30), S. 42, nicht kleiner als der Nullvektor. Ferner erhält man nach Inversion von Matrix $(I-V)$:

$$(4.12) \quad (I-V)^{-1} = \frac{1}{1 - \frac{b_{12}b_{21}}{4b_{11}b_{22}}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{b_{12}}{2b_{11}} & \cdot & \cdot \\ \frac{b_{21}}{2b_{22}} & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

In diese invertierte Matrix sind lediglich die modellrelevanten ökonomischen Größen eingetragen. Die Elemente, die durch Punkte gekennzeichnet sind und rechts von den Eintragungen stehen, sind insofern irrelevant, als sie nach Multiplikation mit dem Vektor H verschwinden. Die unterhalb der Eintragungen stehenden Punkte beziehen sich auf die Hilfsvariablen $u(t)$ und $v(t)$. Es ergibt sich damit die folgende Nichtnegativitätsbedingung:

$$(4.13) \quad \frac{b_{12}b_{21}}{b_{11}b_{22}} < 4.$$

Der Nachweis ist einfach: Da H nichtnegativ ist, und die eingetragenen Matrixelemente wegen der Nebenbedingungen in (2.27) größer als Null sind, ist $(I-V)^{-1}H$ unter obiger (und nur unter obiger) Bedingung nichtnegativ.

4.4 Wir kommen nun zu Bedingungen für Existenz und Stabilität des stationären Lösungsvektors $(I-V)^{-1}H$. Zur Ermittlung einer eindeutigen Bestimmung wird eine Verallgemeinerung der Normalform (4.10) benötigt. Die Verallgemeinerung ist deswegen erforderlich, weil Theorem IV, S. 48, in bezug auf Matrix V vorerst nicht anwendbar ist. (Es nehmen mindestens zwei Spalten- bzw. Zeilensummen einen Wert an, der nicht kleiner als 1 ist.) Statt (4.9) gelte nun die Substitution:

$$u(t)' = \frac{1}{\gamma} p_1(t-1) \quad \text{und} \quad v(t)' = \frac{1}{\gamma} p_2(t-1).$$

Anhand dieser Substitution ist ein (4.10) analoges System herstellbar, wobei anstelle von V Matrix W steht (siehe Anhang, S. 118). Hierbei ist

$$W = \begin{bmatrix} \frac{b_{12}e_1}{2b_{11}} & \frac{b_{12}}{2b_{11}} & -\frac{b_{12}e_1}{2b_{11}}\gamma & 0 \\ \frac{b_{21}}{2b_{22}} & \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}} & 0 & -\gamma\frac{b_{21}e_2}{2b_{22}} \\ 1/\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\gamma & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Man kann nun zeigen - und hierin liegt der Sinn obiger Substitution -, daß die Eigenwerte von W von den Werten γ unabhängig sind. Für beliebige γ -Werte und insbesondere $\gamma = 1$ hat also W die gleichen Eigenwerte. Daraus folgt, daß die Eigenwerte von V und W identisch sind. Der Beweis erfolgt durch Entwicklung der Determinante $\det(W-\lambda I)$ (siehe Anhang, S. 118f).

Dieses Ergebnis gibt uns die Möglichkeit, die Eigenwerte von V mittels der Elemente von W abzuschätzen. Wir wählen

zu diesem Zweck den willkürlichen Wert $\gamma = 2$.

Wendet man nun Theorem IV, S. 48, auf Matrix W an, ergibt sich die folgende hinreichende Bedingung für Existenz und Stabilität des Gleichgewichtsvektors P*:

$$(4.14) \quad \max \left\{ \frac{b_{12}e_1}{2b_{11}} + \frac{b_{21}}{2b_{22}} + 1/2, \frac{b_{12}}{2b_{11}} + \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}} + 1/2 \right\} < 1.$$

Als letzte Bedingung wird anhand von Theorem VI, S. 79, eine notwendige Stabilitätsbedingung bzw. hinreichende Bedingung für Instabilität formuliert: Gilt für Matrix V

$$(4.15) \quad \frac{b_{12}e_2}{b_{11}} + \frac{b_{21}e_2}{b_{22}} \geq 8,$$

so ist System (4.10) instabil. Ist andererseits System (4.10) stabil, gilt

$$(4.16) \quad \frac{b_{12}e_1}{b_{11}} + \frac{b_{21}e_2}{b_{22}} < 8.$$

4.4.5 Zur Interpretation der obigen Bedingungen werden zunächst die Wertbereiche $e_i > 1$ und $e_i < 1$ als extrapolative bzw. adaptive Preiserwartungen definiert.¹⁾ Extrapolative Preiserwartungen drücken aus, daß Anbieter i auf Preisänderungen, die Anbieter j vorgenommen hat, verstärkt mit Preisänderungen in derselben Richtung reagiert. Bei adaptiven Preiserwartungen ist die erwartete Reaktion gedämpft.

1) Ferguson und Pfouts (1962), S. 231.

Man stellt fest, daß die abgeleiteten Gleichgewichts- und Stabilitätsbedingungen (4.13), (4.14) und (4.16) in tendenziell gleicher Weise vom Verhältnis der direkten zur Kreuz-Preis-Abhängigkeit der Nachfrage und der Art der Preiserwartungen abhängig sind.

a) Die Bedingungen sind umso eher erfüllt, je kleiner das Verhältnis von direkter zu Kreuz-Preis-Abhängigkeit der Nachfrage ist. Dieses Ergebnis, das bereits in Abschnitt 2.2 ermittelt wurde, kann damit unter Zugrundelegung einer komplexeren Erwartungsstruktur bestätigt werden.

In dem folgenden numerischen Beispiel werden überwiegende unmittelbare Preiswirkungen und adaptive Preiserwartungen angenommen. Die Annahmen lauten im einzelnen:

$$x_1(t) = 20 - 2p_1(t) + p_2(t)$$

$$x_2(t) = 30 + 2p_1(t) - 4p_2(t)$$

$$K_1(t) = 10 + x_1(t)$$

$$K_2(t) = 10 + x_2(t).$$

Die Preiserwartungskoeffizienten nehmen die Werte $e_1 = 0,8$ und $e_2 = 0,5$ an. Die Anfangswerte lauten: $p_1(0) = 8,5$; $p_1(1) = 8$; $p_2(0) = 5$; $p_2(1) = 5,5$. Die stabile Entwicklung der Modellvariablen ergibt sich aus Tabelle 8 (siehe auch Anhang, S. 119).

b) Extrapolative Preiserwartungen wirken (relativ zu adaptiven Preiserwartungen) destabilisierend.¹⁾ Andererseits ist

1) Vgl. auch Quandt (1967), S. 336, der in ähnlichem Zusammenhang die Schlußfolgerung zieht: "The presence of expectations by each entrepreneur concerning the behavior of other entrepreneurs need not destabilize if expectations are formed conservatively. It clearly will destabilize if expectations are formed in a radical manner".

Tabelle 6

t	$p_1(t)$	$\bar{p}_1^2(t)$	$p_2(t)$	$\bar{p}_2^1(t)$	$x_1(t)$	$\bar{x}_1(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2(t)$	$g_1(t)$	$\bar{g}_1(t)$	$g_2(t)$	$\bar{g}_2(t)$
0	8,50	-	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	8,00	-	5,50	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	6,77	8,25	6,31	5,10	12,77	11,56	18,30	21,26	63,68	56,70	87,17	102,79
3	7,03	7,18	6,04	5,33	11,98	11,27	19,90	20,20	62,24	57,96	90,30	91,88
4	7,06	6,89	5,97	6,25	11,85	12,13	20,24	19,90	61,81	63,51	90,59	88,90
5	6,99	7,02	6,00	5,99	12,02	12,01	19,98	20,04	62	61,94	89,90	90,20
...												
...												
...												
∞	7,00	7,00	6,00	6,00	12,00	12,00	20,00	20,00	62,00	62,00	90,00	90,00

es möglich, daß "some degree of extrapolation ... is consistent with stable behavior" ¹⁾. Diese Möglichkeit wird durch das folgende Beispiel illustriert:

$$x_1(t) = 20 - p_1(t) + 1/4 p_2(t)$$

$$x_2(t) = 30 + 1/2 p_1(t) - 2p_2(t)$$

$$K_1(t) = 10 + x_1(t)$$

$$K_2(t) = 10 + x_2(t)$$

$$e_1 = 2, e_2 = 1,5$$

$$p_1(0) = 10, p_1(1) = 11, p_2(0) = 9, p_2(1) = 10.$$

Der Verlauf der einzelnen Variablen ist in Tabelle 9 festgehalten (siehe auch Anhang, S. 120).

c) Wir können damit - im Rückblick auf die Bemerkungen von S. 97 - abschließend feststellen, daß ein enger Zusammenhang zwischen dem Lernverhalten und den Preiserwartungen der Duopolisten besteht. Lernen bedingt eine Veränderung der Verhaltensmuster und die Erwartungskoeffizienten bestimmen, ob diese Veränderung stabil ist und damit einen "echten" Lernprozeß im Sinne der Erfüllung der Bedingungen (4.2) und (4.3), S. 94, gewährleistet.²⁾ Dies ist - wie gezeigt - für einen breiten Koeffizientenbereich der Fall.

1) Ferguson und Pfouts (1962), S. 231.

2) Ebenda, S. 231.

Table 9

t	$p_1(t)$	$\bar{p}_1(t)$	$p_2(t)$	$\bar{p}_2(t)$	$x_1(t)$	$\bar{x}_1(t)$	$x_2(t)$	$\bar{x}_2(t)$	$g_1(t)$	$\bar{g}_1(t)$	$g_2(t)$	$\bar{g}_2(t)$
0	10	-	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	11	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	12	12,5	9,56	12	10,39	11	16,88	17,13	104,29	111	134,49	136,63
3	11,95	11,34	9,42	11,56	10,41	10,94	17,14	16,83	103,99	109,79	134,32	131,71
4	11,68	11,74	9,47	9,32	10,69	10,65	16,90	16,93	103,74	103,96	133,14	133,40
5	11,62	11,76	9,47	8,93	10,75	10,61	16,87	16,94	104,17	102,68	132,89	133,48
∞	11,68	11,68	9,46	9,46	10,69	10,69	16,92	16,92	104,17	104,17	133,14	133,14

Schluß

Mit der Diskussion des modifizierten Modells von Ferguson und Pfouts sind wir am Ende dieser Arbeit angelangt. Einige abschließende Bemerkungen sind jedoch noch am Platze.

Angesichts der Komplexität und Vielschichtigkeit des Oligopolproblems mußten Ziel und Ergebnis dieser Arbeit bescheiden sein: Wir glauben zum einen gezeigt zu haben, daß es interessant und nützlich ist, "to look at old propositions in a new light" ¹⁾. Zum anderen kam es uns darauf an - und damit kommen wir auf einen einleitenden Gedanken zurück - im Rahmen einer komparativ-dynamischen Analyse nachzuweisen, daß (relativ zu einem Ausgangsmodell) klar definierte Hypothesenvariationen zu bemerkenswerten Variationen des Modellergebnisses, namentlich des Stabilitätsverhaltens der Modellmärkte führten. Die Vergleichbarkeit der alternativen Ansätze wurde durch die methodisch einheitliche Konzeption der Arbeit ermöglicht.

Das in dieser Arbeit diskutierte Problemfeld bietet noch einigen Raum für weitere Untersuchungen. Hierbei wäre einerseits zu beachten, daß die lerntheoretische Fundierung oligopoltheoretischer Aussagensysteme einer hinreichenden empirischen Absicherung bedarf. Dabei wird man auch zu berücksichtigen haben, daß Lernprozesse nicht allein auf singuläre Entscheidungsvorgänge abstellen dürfen, sondern vor dem Hintergrund einer komplizierten gesellschaftlich-institutionellen Wirklichkeit gesehen werden müssen.

Ferner wäre der Tatsache Rechnung zu tragen, daß es sich bei Stabilitätsuntersuchungen nicht um einzelwirtschaftliche, sondern um systemtheoretische, d.h. gesamtwirtschaftliche Problemstellungen handelt. Im Hinblick darauf erschienen uns insbesondere das Stabilitätsverhalten heterogener

1) Osborne (1971), S. 540.

Märkte unter dynamischen Nachfragebedingungen und schwächeren Informationsvoraussetzungen hinsichtlich der Preis-Absatz-Situation als Fragestellungen interessant. Ferner wäre es reizvoll, sich in stärkerem Maße mit der Geschwindigkeit von Anpassungsprozessen, mit der Veränderung ungleichgewichtiger Situationen und den sich daraus ergebenden Verlusten (oder möglicherweise Gewinnen) der Oligopolspieler auseinanderzusetzen.

A n h a n g

Zu Ergebnis b), S. 32

Im Tripol ist

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Eigenwerte von A sind $1/2$, $1/2$ und -1 , so daß

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Dazu erhält man folgende Menge von orthonormalen Eigenvektoren: ¹⁾

$$u_1 = (1/3\sqrt{3} \quad 1/3\sqrt{3} \quad 1/3\sqrt{3})$$

$$u_2 = (1/6\sqrt{6} \quad 1/6\sqrt{6} \quad -1/3\sqrt{6})$$

$$u_3 = (1/2\sqrt{2} \quad -1/2\sqrt{2} \quad 0) \quad .$$

$$\text{Wir setzen nun } Q := \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} .$$

Es gilt

$$A^t = Q^{-1} \Lambda^t Q .$$

Durch Ausrechnen erhält man:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A^t = 1/3(-1)^t \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1) Zur Technik der Ermittlung siehe Hadley (1961), S. 245 ff.

Ableitung von (2.23)

(2.21)(I) ergibt ausgeschrieben:

$$x_i(t) = \frac{1}{2b+d} \sum_{j=1}^n x_j(t-1) + \frac{a-c_i}{2b+d} \quad i = 1, \dots, n.$$

In Matrixschreibweise erhält man:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b}{2b+d} & \dots & -\frac{b}{2b+d} \\ -\frac{b}{2b+d} & 0 & \dots & -\frac{b}{2b+d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{b}{2b+d} & -\frac{b}{2b+d} & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-1) \\ x_2(t-1) \\ \vdots \\ x_n(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{a-c_1}{2b+d} \\ \frac{a-c_2}{2b+d} \\ \vdots \\ \frac{a-c_n}{2b+d} \end{bmatrix}$$

oder

$$X(t) = FX(t-1) + K.$$

Zur Ableitung der Lösung (2.23) dieses Systems vgl. S. 19 ff.

Ableitung von (2.26)

Abgesehen von der Reaktionshypothese gehen wir von den gleichen Annahmen aus wie bei Tabelle 1.

Durch Einsetzen der Reaktionshypothese (2.25) in die subjektive Preis-Absatz-Funktion (2.3) erhält man:

$$\bar{p}_1(t) = a - b[x_1(t) + z_{12}x_2(t-1)]$$

$$\bar{p}_2(t) = a - b[z_{21}x_1(t-1) + x_2(t)].$$

Bildet man gemäß (2.7) die Gewinnfunktion, so gelangt man

zu den Maximierungsbedingungen:

$$a - 2bx_1(t) - bz_{12}x_2(t-1) - c_1 = 0$$

$$a - bz_{21}x_1(t-1) - 2bx_2(t) - c_2 = 0.$$

Daraus ergeben sich nach einigen Umformungen der Differenzengleichungen in einer Variablen

$$x_1(t+2) - \frac{z_{12}z_{21}}{4} x_1(t) = \frac{a(2-z_{12}) - 2c_1 + z_{12}c_2}{4b}$$

$$x_2(t+2) - \frac{z_{12}z_{21}}{4} x_2(t) = \frac{a(2-z_{21}) - 2c_2 + z_{21}c_1}{4b}.$$

Nach Einsetzen der numerischen Werte von S. 36 erhält man:

$$x_1(t+2) - 1/16 x_1(t) = 37,5$$

$$x_2(t+2) - 1/16 x_2(t) = 37,5.$$

Berücksichtigt man die Anfangswerte, ergeben sich die partikulären Lösungen

$$x_1(t) = -52,5(1/4)^t + 27,5(-1/4)^t + 40$$

$$x_2(t) = -60(1/4)^t + 40(-1/4)^t + 40.$$

Zu Punkt c), S. 51

(2.27) ergibt ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= a_1 - b_{11}p_1(t) + \sum_{j=2}^n b_{1j}p_j(t) \\ &\vdots \\ x_n(t) &= a_n - b_{nn}p_n(t) + \sum_{j=1}^{n-1} b_{nj}p_j(t) \end{aligned}$$

Eine isolierte Preisänderung des ersten Anbieters führt zu

$$\begin{aligned} x_1(t) + \Delta x_1(t) &= a_1 - b_{11} [p_1(t) + \Delta p_1(t)] + \sum_{j=2}^n b_{1j} p_j(t) \\ \vdots & \\ x_n(t) + \Delta x_n(t) &= a_n - b_{nn} p_n(t) + b_{n1} [p_1(t) + \Delta p_1(t)] + \\ &\quad + \sum_{j=2}^{n-1} b_{nj} p_j(t). \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Absatzänderung

$$\begin{aligned} \Delta x_1(t) &= -b_{11} \Delta p_1(t) \\ \vdots & \\ \Delta x_n(t) &= b_{n1} \Delta p_1(t) \end{aligned}$$

Definieren wir nun:

$$\Delta x(t) := \sum_{i=1}^n \Delta x_i(t).$$

Damit erhält man nach weiterer Rechnung

$$\frac{\Delta x(t)}{\Delta p_1(t)} = -b_{11} + \sum_{i=2}^n b_{i1}.$$

Da diese Rechnung für jeden Anbieter vorgenommen werden kann, gilt allgemein (2.37):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x(t)}{\Delta p_j(t)} &= -b_{jj} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n b_{ij} & j = 1, \dots, n. \\ &= -b + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n b_{ij}. \end{aligned}$$

Zu Tabelle 3, S. 55

Mit den Annahmen von S. 53 und (2.32)(I), S. 43, erhält man für die Entwicklung der tatsächlichen Preise:

$$p_1(t) = \frac{10 + p_2(t-1)}{6}$$

$$p_2(t) = \frac{20 + p_1(t-1)}{4} .$$

Zu Tabelle 4, S. 56

Wegen (2.32)(I) und den Annahmen von S. 53 f. erhält man nach einigen Umformungen die beiden Gleichungen:

$$p_1(t+2) - (1/4) p_1(t) = 15$$

$$p_2(t+2) - (1/4) p_2(t) = 7,5.$$

Diese Gleichungen haben bei den gegebenen Anfangswerten die partikulären Lösungen

$$p_1(t) = 20 - 8 (1/2)^t$$

$$p_2(t) = -7 (1/2)^t + (-1/2)^t + 10. \quad 1)$$

- 1) Man beachte, daß die Werte zu Tabelle 3 und 4 anhand unterschiedlicher Verfahren ermittelt werden. Bei Tabelle 3 wird eine simultane Lösung für beide Anbieter vorgenommen, bei Tabelle 4 wird eine Differenzengleichung für jeden Anbieter aufgestellt. Dies ist der Grund, warum im ersten Fall je ein und im zweiten Fall je zwei Anfangswerte vorgegeben werden. Die unterschiedlichen Methoden haben folgende Konsequenzen: (i) Im Ungleichgewicht führen die beiden Verfahren zu etwas unterschiedlichen Wertekombinationen. (ii) Die Gleichgewichtswerte und das Konvergenzverhalten werden durch die beiden Methoden gleich beschrieben.

Ableitung von (2.56)

Einsetzen von (2.54) und (2.55) in (2.48) ergibt:

$$\begin{aligned} & \frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} + \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} \bar{p}_j^i(t) - \frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} - \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} \bar{p}_j^i(t-1) = \\ & = s_i \left[\frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} + \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} p_j(t-1) - \frac{a_i + h_i b_{ii}}{2b_{ii}} - \frac{b_{ij}}{2b_{ii}} \bar{p}_j^i(t-1) \right]. \end{aligned}$$

Zu Fußnote 1, S. 70

Der Anpassungsmechanismus von Fisher lautet:

$$x_i(t) - x_i(t-1) = k_i [x_i^0(t) - x_i(t-1)] \quad i = 1, \dots, n. \quad 1)$$

Wegen (2.8)(I), S. 17, gilt:

$$x_i(t) = \frac{a}{2b} - 1/2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) - \frac{c_i}{2b} \quad i = 1, \dots, n. \quad 2)$$

Dies ist der gewinnmaximale Output des i-ten Anbieters bei Gültigkeit der Cournotschen Mengenhypothese.

Für den realisierten Output des i-ten Anbieters gilt bei beliebiger Reaktionshypothese:

$$x_i(t) = \frac{a}{2b} - 1/2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{x}_j^i(t) + \frac{c_i}{2b} \quad i = 1, \dots, n.$$

Setzt man die beiden letzten Gleichungen in die erste Gleichung ein, erhält man:

$$\bar{x}_j^i(t) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{x}_j^i(t-1) + k_i \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t-1) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \bar{x}_j^i(t-1) \right] \quad i = 1, \dots, n.$$

1) Fisher (1961), S. 127.

2) Der additive Faktor $a/2b$ ist in Meyer (1970) reziprok angeschrieben (siehe S. 295).

Diese Beziehung ist aber nur im Duopol-, nicht jedoch im
n-Abieter-Fall mit der Arrow-Perloff-Annahme gültig.

Zu Tabelle 5

Durch Einsetzen der Reaktionskoeffizienten $r_{12} = r_{21} = 1$
in (3.5), S. 78, ergibt sich unter Berücksichtigung der
Nachfragefunktion auf S. 81

$$x_1(t) = 1/4 x_1(t-1) - 1/4 x_2(t-1) + 25$$

$$x_2(t) = -1/4 x_1(t-1) + 1/4 x_2(t-1) + 25.$$

Hieraus ergeben sich nach einigen Umformungen Beziehungen,
die lediglich Variablen für einen Anbieter enthalten:

$$x_1(t) = 1/2 x_1(t-1) + 50/4$$

$$x_2(t) = 1/2 x_2(t-1) + 50/4.$$

Diese beiden Differenzengleichungen erster Ordnung haben
die allgemeine Lösung:¹⁾

$$x_1(t) = (1/2)^t x_1(0) + 25 [1 - (1/2)^t]$$

$$x_2(t) = (1/2)^t x_2(0) + 25 [1 - (1/2)^t].$$

Zu Tabelle 6

Die Entwicklung der tatsächlichen Preise ergibt sich durch
Einsetzen der zu Tabelle 3 gehörigen Nachfragekonstanten
(siehe S. 53) sowie der Konjunkturkoeffizienten in (3.14).
Man erhält:

1) Vgl. Goldberg (1968), S. 96 ff.

$$p_1(t) = \frac{p_2(t-1) - 3/2 p_1(t-1) + 10}{3}$$

$$p_2(t) = p_1(t-1) - 3/2 p_2(t-1) + 20 .$$

Zu Tabelle 7

Die Entwicklung der tatsächlichen Preise ergibt sich analog zum Vorherigen:

$$p_1(t) = \frac{p_2(t-1) - p_1(t-1) + 10}{4}$$

$$p_2(t) = \frac{p_1(t-1) - 1/2 p_2(t-1) + 20}{3} .$$

Zu Bedingung (4.10)

Durch Einsetzen von (4.9) in (4.8) erhält man das folgende System von Differenzengleichungen:

$$p_1(t) = \frac{b_{12}e_1}{2b_{11}}p_1(t-1) + \frac{b_{12}}{2b_{11}}p_2(t-1) - \frac{b_{12}e_1}{2b_{11}}u(t-1) + \frac{a_1+b_{11}h_1}{2b_{11}}$$

$$p_2(t) = \frac{b_{21}}{2b_{22}}p_1(t-1) + \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}}p_2(t-1) - \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}}v(t-1) + \frac{a_2+b_{22}h_2}{2b_{22}}$$

$$u(t) = p_1(t-1)$$

$$v(t) = p_2(t-1) .$$

Dieses System entspricht (4.10).

Bestimmung von Matrix W

Einsetzen von (4.14) in (4.8) führt zu folgendem System:

$$p_1(t) = \frac{b_{12}e_1}{2b_{11}}p_1(t-1) + \frac{b_{12}}{2b_{11}}p_2(t-1) - \frac{b_{12}e_2}{2b_{11}}\mathcal{J}u(t-1)' + \frac{a_1+b_{11}h_1}{2b_{11}}$$

$$p_2(t) = \frac{b_{21}}{2b_{22}}p_1(t-1) + \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}}p_2(t-1) - \frac{b_{21}e_2}{2b_{22}}\mathcal{J}v(t-1)' + \frac{a_2-b_{22}h_2}{2b_{22}}$$

$$u(t)' = \frac{1}{\mathcal{J}} p_1(t-1)$$

$$v(t)' = \frac{1}{\mathcal{J}} p_2(t-1)$$

Schreibt man dieses System in Matrixform, ist W die Koeffizientenmatrix der verzögerten Variablen.

Zur Gleichheit der Eigenwerte von V und W

Wir schreiben vereinfacht

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \mathcal{J}w_{13} & 0 \\ w_{21} & w_{22} & 0 & \mathcal{J}w_{24} \\ \frac{1}{\mathcal{J}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mathcal{J}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dann ist

$$\det(W - \lambda I) = \begin{vmatrix} w_{11}-\lambda & w_{12} & \mathcal{J}w_{13} & 0 \\ w_{21} & w_{22}-\lambda & 0 & \mathcal{J}w_{24} \\ \frac{1}{\mathcal{J}} & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mathcal{J}} & 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

Entwicklung von $\det(W-\lambda I)$ nach Zeile 4 ergibt:

$$\frac{1}{f} \begin{vmatrix} w_{11}-\lambda & f w_{13} & 0 \\ w_{21} & 0 & f w_{24} \\ \frac{1}{f} & -\lambda & 0 \end{vmatrix} - \lambda \begin{vmatrix} w_{11}-\lambda & w_{12} & f w_{13} \\ w_{21} & w_{22}-\lambda & 0 \\ \frac{1}{f} & 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

Entwickelt man den ersten Teil nach Zeile 2 und den zweiten Teil nach Zeile 3, erhält man:

$$\frac{1}{f} (-w_{21}) \begin{vmatrix} w_{13} f & 0 \\ -\lambda & 0 \end{vmatrix} + \frac{1}{f} (-f w_{24}) \begin{vmatrix} w_{11}-\lambda & f w_{13} \\ \frac{1}{f} & -\lambda \end{vmatrix}$$

$$- \lambda \frac{1}{f} \begin{vmatrix} w_{12} & f w_{13} \\ w_{22}-\lambda & 0 \end{vmatrix} + \lambda^2 \begin{vmatrix} w_{11}-\lambda & w_{12} \\ w_{21} & w_{22}-\lambda \end{vmatrix}$$

Es zeigt sich, daß der obige Ausdruck von f unabhängig ist.

Anhang zu Tabelle 8

Die erwarteten Preise ergeben sich nach (4.6) aus:

$$\bar{p}_1^2(t) = p_1(t-1) + 0,5 [p_2(t-1) - p_2(t-2)]$$

$$\bar{p}_2^1(t) = p_2(t-1) + 0,8 [p_1(t-1) - p_1(t-2)] .$$

Die tatsächlichen Preise ergeben sich durch Einsetzen der numerischen Werte in $p_i(t) = [a_i + h_i b_{ii} + b_{ij} \bar{p}_j^i(t)] / 2b_{ii}$:

$$p_1(t) = \frac{22 + \bar{p}_2^1(t)}{4}$$

$$p_2(t) = \frac{34 + 2\bar{p}_1^2(t)}{8} .$$

Zu Tabelle 9

Die erwarteten Preise ergeben sich nach (4.6) aus:

$$\bar{p}_1^2(t) = p_1(t-1) + 1,5 \left[p_2(t-1) - p_2(t-2) \right]$$

$$\bar{p}_2^1(t) = p_2(t-1) + 2 \left[p_1(t-1) - p_1(t-2) \right] .$$

Die tatsächlichen Preise ergeben sich unter Benützung der allgemeinen Formel im Anhang zu Tabelle 8:

$$p_1(t) = \frac{21 + 1/4 \bar{p}_2^1(t)}{2}$$

$$p_2(t) = \frac{32 + 1/2 \bar{p}_1^2(t)}{4} .$$

Literaturverzeichnis

- Aberle, G. und
H. Baum Zur Kritik der Dyopoltheorie von Krelle.
Erwiderung auf Heertje. Zeitschrift für
Nationalökonomie, 31 (1971), S. 183-200.
- Allen, R.G.D. Mathematical Economics. 2. Aufl.
London 1965 (1. Aufl. 1956).
- Arrow, K.J. Price-Quantity Adjustments in Multiple
Markets with Rising Demands. In:
Mathematical Methods in the Social
Sciences, 1959. Proceedings of the First
Stanford Symposium. Hrsg.: K.J. Arrow,
S. Karlin und P. Suppes. Stanford 1960,
S. 3-15.
- Baumol, W.J. Les décisions multivariées dans la
théorie de l'Oligopole. Revue d'Economie
Politique, 81 (1971), S. 171-188.
- Berger, W. Lernprozesse in der Wirtschaftstheorie.
Berlin 1970.
- Bishop, R.L. "The Stability of the Cournot Oligopoly
Solution": Further Comment. Review of
Economic Studies, 29 (1962), S. 332-336.
- Borchardt, K. Preisbildung und Konkurrenz im Einzel-
handel unter besonderer Berücksichtigung
der Probleme der Mehrproduktunternehmung.
Jahrbücher für Nationalökonomie und Sta-
tistik, 172 (1960), S. 32-57.
- Brauer, A. Limits for the Characteristic Roots of
a Matrix. Duke Mathematical Journal,
13 (1946), S. 387-395.
- Cournot, A. Untersuchungen über die mathematischen
Grundlagen der Theorie des Reichtums.
Jena 1924. (Originalfassung: Recherches
sur les principes mathématiques de la
théorie des richesses. Paris 1838.)
- Davis, M.D. Spieltheorie für Nichtmathematiker.
München-Wien 1972. (Originalausgabe:
Game Theory - A Nontechnical Introduction.
New York und London 1970.)
- Debreu, G. und
I.N. Herstein Nonnegative Square Matrices. Econometri-
ca, 21 (1953), S. 597-607.
- Eckaus, R.S. The Stability of Dynamic Models. Review
of Economics and Statistics, 39 (1957),
S. 172-182.

- Eichhorn, W. Zur statischen Theorie des Mehrproduktenoligopols. Operations Research-Verfahren, 10 (1971), S. 16-33.
- Eichhorn, W. Zur dynamischen Theorie des Mehrproduktenoligopols. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 186 (1971/72), S. 498-515.
- Eichler, P. Dynamische Spieltheorie und Verhaltenstheorie als einander ergänzende Ansätze der Oligopolanalyse. Wien, Dissertation Hochschule für Welthandel 1970.
- Faddejew, D.K. und W.N. Faddejewa Numerische Methoden der linearen Algebra. München-Wien 1964.
- Fellner, W. Competition Among the Few. New York 1949.
- Fels, E. und G. Tintner Methodik der Wirtschaftswissenschaft. In: E.M. Fels, Aufsätze, Hrsg.: M.J. Beckmann. Würzburg und Wien 1972, S. 95-186. (Zuerst abgedruckt in: Enzyklopädie der geisteswissenschaftlichen Arbeitsmethoden. Hrsg.: M. Thiel. München 1967, S. 3-94.)
- Ferguson, C.E. Some Remarks on Dynamic Price Theory. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 171 (1959), S. 262-274.
- Ferguson, C.E. und R.W. Pfouts Learning and Expectations in Dynamic Duopoly Behavior. Behavioral Science, 7 (1962), S. 223-237.
- Fisher, F.M. The Stability of the Cournot Oligopoly Solution: The Effects of Speeds of Adjustment and Increasing Marginal Costs. Review of Economic Studies, 28 (1961), S. 125-135.
- Fouraker, L.E. und S. Siegel Bargaining Behavior. New York 1963.
- Friedman, J.W. Reaction Functions and the Theory of Duopoly. Review of Economic Studies, 35 (1968), S. 257-272.
- Friedman, J.W. On Experimental Research in Oligopoly. Review of Economic Studies, 36 (1969), S. 399-415.
- Friedman, J.W. A Noncooperative View of Oligopoly. International Economic Review, 12 (1971), S. 106-122.

- Friedman, J.W. On the Structur of Oligopoly Models with Differentiated Products. In: Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung. Hrsg.: H. Sauermann. Tübingen 1972, S. 28-63, 3. Band.
- Frisch, R. On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium. Review of Economic Studies, 3 (1936), S. 100-105.
- Frisch, R. Monopol-Polypol-der Begriff der Kraft in der Wirtschaft. In: Preistheorie, 3. Aufl. Hrsg.: A.E. Ott. Köln und Berlin 1968, S. 18-32. (Originalfassung: Monopole-Polypole. La notion de force dans l'économie. In: Nationalökonomisk Tidsskrift, 1933, S. 241-259.)
- Gandolfo, G. Mathematical Methods and Models in Economic Dynamics. Amsterdam und London 1971.
- Goldberg, S. Differenzengleichungen und ihre Anwendung in Wirtschaftswissenschaft, Psychologie und Soziologie. München und Wien 1968. (Originalausgabe: Introduction to Difference Equations. New York 1958.)
- Hadar, J. A Note on Dominant Diagonals in Stability Analysis. Econometrica, 33 (1965), S. 442-444.
- Hadar, J. Stability of Oligopoly with Product Differentiation. Review of Economic Studies, 33 (1966), S. 57-60.
- Hadar, J. On Expectations and Stability. Behavioral Science, 13 (1968), S. 445-454.
- Hadley, G. Linear Algebra. Reading, Mass. 1961.
- Hahn, F.H. The Stability of the Cournot Oligopoly Solution. Review of Economic Studies, 29 (1962), S. 329-331.
- Hawkins, D. und H.A. Simon Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability. Econometrica, 17 (1949), S. 245-248.
- Heertje, A. On the Theory of Oligopoly. Economia Internazionale, 13 (1960), S. 449-469.
- Heertje, A. Preis-Absatzfunktionen beim Oligopol. Weltwirtschaftliches Archiv, 89 (1962/II) S. 302-309.

- Heertje, A. Zur Oligopoltheorie. Zeitschrift für Nationalökonomie, 30 (1970), S. 465-474.
- Heertje, A. (I) Erwiderung. Zeitschrift für Nationalökonomie, 31 (1971), S. 201-202.
- Heertje, A. (II) Sur la théorie des prix de l'Oligopole. Revue d'Economie Politique, 81 (1971), S. 189-205.
- Heertje, A. (III) A Dynamic Interpretation of Edgeworth's Duopoly Model. Kyklos, 24 (1971), S. 113-117.
- Heertje, A. und R.A. Hirschfeld Quelques Remarques sur la Dynamisation de la Théorie de l'Oligopole. Economie Appliquée, 16 (1963), S. 29-46.
- Henderson, J.M. und R.E. Quandt Microeconomic Theory. A Mathematical Approach. New York 1958.
- Hicks, J.R. Value and Capital. 2. Aufl. Oxford 1946 (1. Aufl. 1939).
- Hosomatsu, Y. A Note on the Stability Conditions in Cournot's Dynamic Market Solution when neither the actual Market Demand Function nor the Production Levels of Rivals are known. Review of Economic Studies, 36 (1969), S. 117-122.
- Hotelling, H. Stability in Competition. Economic Journal, 39 (1929), S. 41-57.
- Jury, E.I. Theory and Application of the z-Transform Method. New York 1964.
- Krelle, W. Preistheorie. Tübingen und Zürich 1961.
- Krelle, W. Unbestimmtheitsbereiche im Oligopol. Zeitschrift für Nationalökonomie, 31 (1971), S. 157-176.
- Lancaster, K. Mathematical Economics. London 1968.
- Levitan, R.E. und M. Shubik Noncooperative Equilibria and Strategy Spaces in an Oligopolistic Market. In: Differential Games and Related Topics. Hrsg.: H.W. Kuhn und G.P. Szegö. Amsterdam und London 1971, S. 429-447.
- Luce, R.D. und H. Raiffa Games and Decisions. New York 1957.
- Machlup, F. The Problem of Verification in Economics. The Southern Economic Journal, 22 (1955), S. 1-21.

- Machlup, F. Equilibrium and Disequilibrium: Misplaced Concreteness and Disguised Politics. The Economic Journal, 68 (1958), S. 1-24.
- Machlup, F. Statics and Dynamics: Kaleidoscopic Words. Southern Economic Journal, 26 (1959), S. 91-110.
- Marschak, J. und
R. Radner Economic Theory of Teams: New Haven und London 1972.
- Marshall, A. Principles of Economics. Volume I. 9. Aufl. London 1961
(1. Aufl. 1890).
- McKenzie, L.W. Matrices with Dominant Diagonals and Economic Theory. In: Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959. Proceedings of the First Stanford Symposium. Hrsg.: K.J. Arrow, S. Karlin und P. Suppes. Stanford 1960, S. 47-62.
- McManus, M. Dynamic Cournot-type Oligopoly Models - A Correction. Review of Economic Studies, 29 (1962), S. 337-339.
- McManus, M. und
R.E. Quandt Comments on the Stability of the Cournot Oligopoly Model. Review of Economic Studies, 28 (1969), S. 136-139.
- Meißner, W. Oligopolanalyse im Rahmen eines allgemeinen Handlungsmodells. Berlin 1965.
- Metzler, L.E. A Multiple-Region Theory of Income and Trade. Econometrica, 18 (1950), S. 329-354.
- Meyer, B. Die Stabilität dynamischer Duopolmodelle bei unterstelltem Lernverhalten der Anbieter. Zeitschrift für allgemeine und textile Marktwirtschaft, (1970), S. 293-320.
- Möller, H. Kalkulation, Absatzpolitik und Preisbildung. Tübingen 1962 (1. Aufl. 1941).
- Morishima, M. Equilibrium, Stability and Growth. Oxford 1964.
- Müller, K. Denken und Lernen als Organisation. In: Handbuch der Psychologie, 1. Bd., 2. Halbbd. Göttingen 1964.
- Murphy, J. An Analysis of Learning Characteristics in Duopoly Experiments. In: Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung, 3. Band. Hrsg.: H. Sauer mann. Tübingen 1972, S. 64-99.

- Nagel, E. Assumptions in Economic Theory. The American Economic Review, Papers and Proceedings, 53 (1963), S. 211-219.
- Nash, J.F. Non-cooperative games. Annals of Mathematics, 54 (1951), S. 286-295.
- Negishi, T. The Stability of a Competitive Economy: A Survey Article. Econometrica, 30 (1962), S. 635-669.
- Negishi, T. und K. Okuguchi A Model of Duopoly with Stackelberg Equilibrium. Zeitschrift für National-ökonomie, 32 (1972), S. 153-162.
- Neudecker, H. Cournot's Dynamic Market Solution and Hosomatsu's Lemma: An Alternative Proof. Review of Economic Studies, 37 (1970), S. 447-448.
- Newman, P.K. Approaches to Stability Analysis. Economica, 28 (1961), S. 12-29.
- Nikaido, H. Convex Structures and Economic Theory. New York und London 1968.
- Okuguchi, K. The Stability of the Cournot Oligopoly Solution: A Further Generalization. Review of Economic Studies, 31 (1964), S. 143-145.
- Okuguchi, K. The Stability of Price Adjusting Oligopoly: The Effects of Adaptive Expectations. Southern Economic Journal, 35 (1968), S. 34-36.
- Okuguchi, K. On the Stability of Price Adjusting Oligopoly Equilibrium under Product Differentiation. Southern Economic Journal, 35 (1969), S. 244-246.
- Okuguchi, K. Adaptive Expectations in an Oligopoly Model. Review of Economic Studies, 37 (1970), S. 233-237.
- Osborne, D.K. The Role of Entry in Oligopoly Theory. The Journal of Political Economy, 72 (1964), S. 396-402.
- Osborne, D.K. The Duopoly Game: Output Variations. The American Economic Review, 61 (1971), S. 538-560.
- Ott, A.E. Zur dynamischen Theorie des Oligopols. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 168 (1956), S. 226-249.

- Preis-Absatzfunktionen beim unvollkommenen Oligopol. Weltwirtschaftliches Archiv, 89 (1962 I), S. 287-307.
- Preis-Absatzfunktionen beim Oligopol. Eine Replik. Weltwirtschaftliches Archiv, 90 (1963 I), S. 115-120.
- Ott, A.E. (I) Grundzüge der Preistheorie. 2. Aufl. Göttingen 1970 (1. Aufl. 1968).
- Ott, A.E. (II) Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie. 2. Aufl. Göttingen 1970 (1. Aufl. 1963).
- Ott, A.E. Reaktionshypothesen beim Oligopol. Zeitschrift für Nationalökonomie, 31 (1971), S. 177-182.
- Owen, G. Spieltheorie. Berlin 1971. (Originalfassung: Game Theory. Philadelphia 1968.)
- Quandt, R.E. On the Stability of Price Adjusting Oligopoly. Southern Economic Journal, 33 (1967), S. 332-336.
- Richter, R. Das Konkurrenzproblem im Oligopol. Berlin 1954.
- Rödding, W. Ein Rahmenmodell für dynamische Entscheidungsmodelle, dargestellt am Preisduopol. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 126 (1970), S. 214-248.
- Samuelson, P.A. Foundations of Economic Analysis. New York 1971 (1. Aufl. 1947).
- Sato, R. und K. Nagatani The Stability of Oligopoly with Conjectural Variations. Review of Economic Studies, 34 (1967), S. 409-416.
- Schneider, E. (I) Eine dynamische Theorie des Angebotsdyopols. In: Volkswirtschaft und Betriebswirtschaft. Ausgewählte Aufsätze. Tübingen 1964, S. 62-83. (Zuerst abgedruckt in: Archiv für mathematische Wirtschafts- und Sozialforschung, 8 (1942), S. 72-92.)
- Schneider, E. (II) Zielsetzung, Verhaltensweise und Preisbildung. In: Volkswirtschaft und Betriebswirtschaft. Ausgewählte Aufsätze. Tübingen 1964, S. 84-115. (Zuerst abgedruckt in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 157 (1943), S. 405-434.)

- Selten, R. (I) Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit. Teil I: Bestimmung des dynamischen Preisgleichgewichts. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 121 (1965), S. 301-324.
- Selten, R. (II) Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit. Teil II: Eigenschaften des dynamischen Preisgleichgewichts. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 121 (1965), S. 667-689.
- Selten, R. Preispolitik der Mehrproduktenunternehmung in der statischen Theorie. Berlin 1970.
- Shackle, G.L.S. Uncertainty in Economics and Other Reflections. Cambridge 1955.
- Shapley, L. und M. Shubik Price Strategy Oligopoly with Product Variation. Kyklos, 32 (1969), S. 30-44.
- Shubik, M. Information, Theories of Competition, and the Theory of Games. The Journal of Political Economy, 60 (1952), S. 145-150.
- Shubik, M. Strategy and Market Structure. New York 1959.
- Shubik, M. L'Oligopole et la théorie des jeux. Economie Appliquée, 16 (1963), S. 5-28.
- Smithies, A. The Stability of Competitive Equilibrium. Econometrica, 10 (1942), S. 258-274.
- Smithies, A. und L.J. Savage A Dynamic Problem in Duopoly. Econometrica, 8 (1940), S. 130-143.
- Solow, R. On the Structure of Linear Models. Econometrica, 20 (1952), S. 29-46.
- Stackelberg, H.v. Probleme der unvollkommenen Konkurrenz. Weltwirtschaftliches Archiv, 48 (1938 II), S. 95-141.
- Suppes, P. und J.M. Carlsmith Experimental Analysis of a Duopoly Situation from the Standpoint of Mathematical Learning Theory. International Economic Review, 3 (1962), S. 60-78.
- Tarr, D.G. The Stability Theory of Dynamic Oligopoly Under Uncertainty. Dissertation Brown University 1970.

- Telser, L.G. A Mathematical Note on Entry, Exit,
and Oligopoly. *Econometrica*, 33 (1965),
S. 425-433.
- Telser, L.G. Competition, Collusion, and Game Theory.
London 1972.
- Theocharis, R.D. On the Stability of the Cournot Solution
on the Oligopoly Problem. *Review of Eco-
nomic Studies*, 27 (1959/60), S. 133-134.
- Theocharis, R.D. Some Dynamic Aspects of the Oligopoly
Problem. *Jahrbücher für Nationalökonomie
und Statistik*, 178 (1965), S. 354-364.
- Walras, L. *Eléments d'Economie Politique Pure ou
Théorie de la Richesse Sociale*.
4. Aufl. Paris und Lausanne 1926.
- Weel, H.v.d. Een dynamisch duopolmodel. *De Economist*,
118 (1970), S. 458-490.
- Weel, H.v.d. Een dynamisch duopolmodel II. *De Econo-
mist*, 120 (1972), S. 353-366.

Lebenslauf

Am 4. Januar 1942 wurde ich als Sohn des Reisebürokaufmanns Otto Weichhardt und seiner Frau Hildegard, geborene Bürkle, in Ehrwald (Österreich) geboren. Nach vierjähriger Volksschulzeit in Ehrwald wechselte ich 1952 auf die Oberrealschule mit Gymnasium Garmisch-Partenkirchen über und schloß diese im Juni 1961 mit dem Abitur ab. Ab 1962 besuchte ich das Sprachen- und Dolmetscherinstitut München und erwarb 1965 das abschließende Diplom für Dolmetscher und Übersetzer in der Hauptsprache Französisch und Nebensprache Italienisch. Bis zu dieser Zeit hatte ich auch zwei Semester Wirtschaftswissenschaften an der Universität München studiert. Ich setzte das wirtschaftswissenschaftliche Studium ab Sommersemester 1965 fort und beendete es im Dezember 1969 mit der Diplomprüfung für Volkswirte. Seit Februar 1970 bin ich als Assistent am Institut für Sozial- und Wirtschaftsgeschichte (Lehrstuhl Prof. Dr. K. Borchardt) der Universität München beschäftigt.

